

НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И РАЗРАБОТКИ

**№ 3(4)/2013**

Издается с 2012 года

# РОССИЙСКИЙ ЖУРНАЛ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКТАМИ

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС77-48835 от 2 марта 2012 г.

## Издатель:

ООО «Научно-издательский центр ИНФРА-М»  
127282, Москва, ул. Полярная,  
д. 31В, стр. 1  
Тел.: (495) 380-05-40, 380-05-43  
Факс: (495) 363-92-12  
E-mail: books@infra-m.ru  
http://www.infra-m.ru

## Главный редактор:

Царьков И.Н., канд. экон. наук, доцент кафедры управления проектами Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)

## Выпускающий редактор:

Киричек Е.А.

## Отдел подписки:

Назарова М.В.  
Тел.: (495) 363-42-60, доб. 249  
e-mail: podpiska@infra-m.ru

© ИНФРА-М, 2013

Присланные рукописи не возвращаются.

Точка зрения редакции может не совпадать с мнением авторов публикуемых материалов.

Редакция оставляет за собой право самостоятельно подбирать к авторским материалам иллюстрации, менять заголовки, сокращать тексты и вносить в рукописи необходимую стилистическую правку без согласования с авторами. Поступившие в редакцию материалы будут свидетельствовать о согласии авторов принять требования редакции.

Перепечатка материалов допускается с письменного разрешения редакции.

При цитировании ссылка на журнал «НИР. Российский журнал управления проектами» обязательна.

Редакция не несет ответственности за содержание рекламных материалов.

Подписано в печать 06.09.2013.  
Формат 60×90/8. Бумага офсетная.  
Тираж 1000 экз. Заказ №

САЙТ: www.naukaru.ru  
E-mail: mag6@naukaru.ru

## Содержание

### УСТОЙЧИВОЕ РАЗВИТИЕ И ПРОЕКТЫ

#### Аньшин В.М.

Стратегические и организационные аспекты управления проектными системами с учетом концепции устойчивого развития..... 3

### МЕТОДЫ И ИНСТРУМЕНТЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКТОМ

#### Царьков И.Н.

Исследование эффективности методов оптимизации проекта с ограниченными ресурсами. Часть 1..... 13

#### Гущин А.Н.

Управление требованиями как необходимая составляющая процесса управления коммуникациями в проекте ..... 26

### ИННОВАЦИИ И УПРАВЛЕНИЕ ПРОЕКТАМИ

#### Яковлева А.Ю.

Методологические проблемы и особенности управления инновационным проектом ..... 34

#### Ворфоломеев Б.Н.

Человеческий капитал инвесторов и его роль в реализации инновационных проектов ..... 43

### СОБЫТИЯ

Обзор докладов секций майской конференции «Молодежь и управление проектами в России».... 55

Правила предоставления статей в Российский журнал управления проектами ..... 57

## РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

**Marek Wirkus** — PhD, Associate Professor, Gdansk University of Technology

**Stephen Hayes** — Managing Director and Chief Executive International Center for Complex Project Management (ICCPM)

**Аньшин Валерий Михайлович** — д-р экон. наук, профессор, заведующий кафедрой управления проектами НИУ ВШЭ

**Владимирова Ирина Львовна** — д-р экон. наук, профессор, заместитель заведующего кафедрой управления проектами и программами Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова (РЭУ им. Плеханова)

**Гергерт Дмитрий Владимирович** — канд. экон. наук, доцент кафедры стратегического менеджмента НИУ ВШЭ (г. Пермь)

**Демкин Игорь Вячеславович** — д-р экон. наук, заместитель директора Центра анализа рисков ООО «НИИГазэкономика»

**Ильина Ольга Николаевна** — д-р техн. наук, доцент кафедры управления проектами НИУ ВШЭ

**Колоколов Владимир Алексеевич** — д-р экон. наук, профессор РЭУ им. Плеханова

**Коссов Владимир Викторович** — д-р экон. наук, профессор кафедры управления проектами НИУ ВШЭ

**Моисеева Нина Константиновна** — д-р экон. наук, профессор, заведующий кафедрой маркетинга и управления проектами Национального исследовательского университета «МИЭТ» (НИУ МИЭТ)

**Цветков Александр Васильевич** — д-р техн. наук, генеральный директор ПМСОФТ

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**Marek Wirkus** — PhD, Associate Professor, Gdansk University of Technology

**Stephen Hayes** — Managing Director and Chief Executive International Center for Complex Project Management (ICCPM)

**Аньшин Валерий Михайлович** — д-р экон. наук, профессор НИУ ВШЭ

**Владимирова Ирина Львовна** — д-р экон. наук, профессор РЭУ им. Плеханова

**Гергерт Дмитрий Владимирович** — канд. экон. наук, доцент НИУ ВШЭ (г. Пермь)

**Дагаев Александр Александрович** — канд. техн. наук, доцент НИУ ВШЭ

**Демкин Игорь Вячеславович** — д-р экон. наук, заместитель директора Центра анализа рисков ООО «НИИГазэкономика»

**Ильина Ольга Николаевна** — д-р техн. наук, доцент НИУ ВШЭ

**Колоколов Владимир Алексеевич** — д-р экон. наук, профессор РЭУ им. Плеханова

**Коссов Владимир Викторович** — д-р экон. наук, профессор НИУ ВШЭ

**Кузьмина Юлия Павловна** — канд. экон. наук, доцент НИУ МИЭТ

**Моисеева Нина Константиновна** — д-р экон. наук, профессор НИУ МИЭТ

**Мошкович Леонид Иосифович**, канд. экон. наук, профессор, Сибирский федеральный университет

**Фунтов Валерий Николаевич**, доцент, д-р экон. наук, Санкт-Петербургский международный институт менеджмента (ИМИСП)

**Цветков Александр Васильевич** — д-р техн. наук, генеральный директор ПМСОФТ

**Яковлева Анна Юрьевна** — канд. экон. наук, старший преподаватель НИУ ВШЭ

## CONTENTS

### SUSTAINABLE DEVELOPMENT AND PROJECTS

#### Anshin V.M.

Strategic and organization aspects of project systems management considering sustainable development concept ..... 3

### METHODS AND INSTRUMENTS OF PROJECT MANAGEMENT

#### Tsarkov I.N.

Evaluation of methods for optimizing a resource-constrained project. Part 1 ..... 13

#### Gushchin A.N.

Requirements management as an essential ingredient of communications management in the project ..... 26

### INNOVATION AND PROJECT MANAGEMENT

#### Iakovleva A.Iu.

Innovation project management: methodological issues and peculiarities ..... 34

#### Vorfolomeev B.N.

Investors' own human capital and its effect on innovation projects realization ..... 43

### EVENTS

Review of reports of sections of the May conference «Young people and Management of Projects in Russia» ..... 55

Regulations for providing of articles in Russian project management journal ..... 57

## МЕТОДЫ И ИНСТРУМЕНТЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКТОМ

**Исследование эффективности методов оптимизации проекта с ограниченными ресурсами. Часть 1****Evaluation of Methods for Optimizing a Resource-Constrained Project. Part 1**

DOI: 10.12737/1240

Получено 16 июля 2013 г. / Одобрено 16 августа 2013 г. / Опубликовано 16 сентября 2013 г.

**И.Н. Царьков**

Канд. экон. наук,  
доцент НИУ ВШЭ  
Россия, 101000, Москва, ул. Мясницкая, д. 20  
igor\_tsarkov@live.ru

**I.N. Tsarkov**

Candidate of Sciences (Econ.)  
Associate Professor  
National Research University  
Higher School of Economics (NRU HSE),  
Moscow, 101000, Russia  
igor\_tsarkov@live.ru

**Аннотация**

Проблема оптимизации проекта с ограниченными возобновляемыми ресурсами является одной из самых важных в теории управления расписанием, так как позволяет существенно сократить продолжительность выполнения проекта и повысить эффективность использования его ресурсов. В советское время были разработаны и использовались на практике ряд методов решения этой проблемы. К сожалению, до сих пор не было исследовано, насколько эффективно эти методы работают в сравнении с методами, развиваемыми в других странах. В этой работе приведены результаты исследования эффективности этих методов, полученные при компьютерном моделировании на основе международно признанной методики и с использованием базы данных проектов *PSPLIB*.

**Ключевые слова:** расписание проекта, ограниченные ресурсы, оптимизация расписания множества проектов, советские методы оптимизации ресурсов.

**Abstract**

Optimizing projects with constrained renewable resources is one of the most important issues in the theory of project schedule management, as such optimization allows to substantially reduce project completion period and to enhance project resource efficiency.

Certain methods for solving this problem had been developed and practiced in the Soviet times, but regrettably their effectiveness still have not been compared to that of methods developed in the other countries.

The author's findings concerning the effectiveness of those Soviet-time optimization methods are presented in this paper. The results are obtained through internationally-recognized computer simulation technique and with the use of The Project Scheduling Problem Library (PSPLIB) databases.

**Keywords:** project schedule, constrained resources, multi-project schedule optimization, Soviet-time resource optimization methods.

**Введение**

Метод критического пути (МКП) произвел революцию в подходах к управлению проектами, позволив выявлять работы, своевременное выполнение которых напрямую влияет на выполнение всего проекта в установленные сроки. Однако этот метод обладает существенным недостатком — им можно пользоваться, только если в проекте нет конфликтов возобновляемых<sup>1</sup> ресурсов. Но такое на практике встречается достаточно редко: практически в каждой отрасли есть специалисты, машины или оборудование, которые загружены почти на 100% и спрос на которых значительно превышает предложение. В результате, если есть, например, 5 буровых установок, а нужно пробурить 30 скважин, то время выполнения этих работ будет минимум в 6 раз (!) выше по сравнению с ситуацией параллельного выполнения всех работ. Именно поэтому ограничения на ресурсы входят в так называемый «же-

лезный треугольник» управления проектом наряду со сроками выполнения.

Однако не в каждой ситуации можно быстро рассчитать новое расписание проекта и определить его новую продолжительность, если необходимо разрешить ресурсный конфликт. Рассмотрим пример. На рис. 1 представлена сетевая диаграмма «вершина — работа» проекта, каждая работа которого изображена прямоугольником, содержащим название работы (лат. буква), продолжительность (указана в скобках) и количество ресурса, необходимое для выполнения (после запятой). Например, работа *A* выполняется первой, длится два дня и требует 1 ед. ресурса.

Конфликт ресурсов возникает между выполнением работ *B* и *C*, когда проекту доступно одновременное использование не более 2 единиц ресурсов. Другими словами, эти работы не могут выполняться одновременно. Разрешить такой конфликт мы можем двумя способами: 1) после завершения работы *A* начать выполнение работы *B*, а работу *C* начать выполнять одновременно с работой *D*; 2) после за-

<sup>1</sup> Обычно возобновляемые ресурсы отличают от невозобновляемых тем, что последние ограничены для всего проекта в целом, а возобновляемые — в каждом периоде его выполнения.

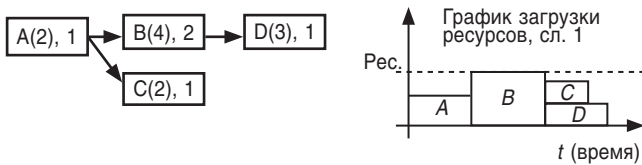


Рис. 1. Проект с ресурсными ограничениями

вершения работы *A* выполнять работу *C* и на два дня задержать выполнение работы *B*. Оба решения приведут к допустимому расписанию (лишенному ресурсных конфликтов), но с разной продолжительностью проекта: в первом случае — это 9 дней, во втором — 11 дней (более чем на 20% больше).

Таким образом, разрешение ресурсных конфликтов можно осуществить с помощью задержки выполнения тех работ, которые могут выполняться параллельно. Это можно сделать разными способами, поэтому задача нахождения такого расписания проекта, который бы обеспечил минимальную продолжительность, будет комбинаторной.

Проблемой оптимизации проекта с ограниченными возобновляемыми ресурсами стали заниматься сразу же после открытия метода критического пути. Уже в 1961 г. появился один из первых эвристических методов, позволяющий получить допустимое (бесконфликтное) расписание и скорректированную (по сравнению с продолжительностью, рассчитанную с помощью МКП) продолжительность проекта, учитывающую ресурсные ограничения. Существует акроним, обозначающий эту проблему — *RCPSP* (англ. *Resource-Constrained Project Scheduling Problem*) и использующийся в большинстве источников.

В СССР переводили и публиковали все ключевые работы, связанные с управлением проектами. Поэтому исследование проблем формирования расписаний, в том числе и с ограниченными возобновляемыми ресурсами, велось одновременно и в нашей стране.

В этой работе проанализированы подходы к строгим формулировкам задач оптимизации проекта с ограниченными ресурсами, а также проведено исследование нескольких методов «калибровки» с правилом приоритета, основанным на коэффициенте напряженности работ, формирования расписаний проекта с ограниченными ресурсами по западным методикам, что позволило сравнить их эффективность с другими широко известными методами.

### Модель продолжительностей фронтов работ

После публикации ряда работ по МКП, в МГУ им. Ломоносова на кафедре вычислительной математики начал работать научный семинар под руководством профессора Л.А. Люстерника, посвященный сетевому планированию. Двое его участников — Семен Израилевич Зуховицкий и Ирина Абрамовна Радчик — по его результатам написали монографию [2], положившую начало новому направлению — математическим моделям управления проектами и определившую основные направления развития на годы вперед.

В своей монографии С.И. Зуховицкий и И.А. Радчик привели постановку задачи линейного программирования (ЛП) для *RCPSP*, которую предложили [3], а также на примере продемонстрировали ее использование.

### Допущения модели

Проект представлен сетевой диаграммой «ребро— работа» с одним начальным и одним конечным событием. Это позволяет каждую работу кодировать парой номеров начальной и конечной вершин ( $P_i, P_j$ ). В частности, на рис. 2 работа *A* кодируется парой (1, 2). Кроме того, существенным требованием является упорядоченность всех событий, другими словами, в проекте должен существовать путь, проходящий через все события сети. Если это требование не выполняется, то предлагается ввести дополнительные фиктивные связи, что, безусловно, ограничивает количество возможных допустимых расписаний (рис. 2).

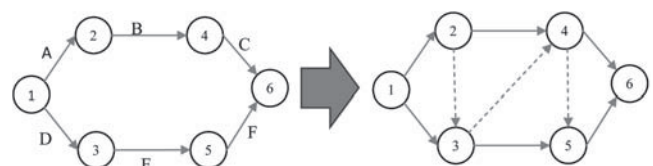


Рис. 2. Требование упорядоченности вершин

Другие допущения модели: 1) все работы проекта выполняются одним и тем же ресурсом, заданное ежедневное наличие которого постоянно и равно *A*; 2) каждая работа допускает перерывы при ее выполнении.

### Переменные модели

При формулировании задачи на языке математического программирования главной проблемой, от решения которой зависит качество и примени-



мость модели, является определение переменных. Стоит отметить, что если попытаться выбрать в качестве переменных то, что мы, собственно говоря, ищем — начала или окончания работ проекта (т.е. расписание), то линейной такая задача точно не получится (из-за ресурсных ограничений). А для нас очень важно, чтобы задача оказалась линейной, так как только такие задачи мы умеем решать в общем виде. Поэтому существует множество хитроумных способов того, как сделать эту задачу линейной.

В советской модели переменные определялись через одно популярное в то время понятие фронта работ. Фронт работ — это множество работ проекта, которые могут выполняться параллельно. Если посмотреть на проект (см. рис. 1), то все фронты работ будут представлены шестью множествами:  $\{A\}$ ,  $\{B\}$ ,  $\{C\}$ ,  $\{D\}$ ,  $\{B, C\}$  и  $\{D, C\}$ . В конкретном расписании проекта не все фронты будут присутствовать. В частности, если работа  $C$  выполняется параллельно с работой  $D$ , то нет фронтов  $\{C\}$ ,  $\{B, C\}$ . Но в качестве переменных выступают еще более сложные объекты.

Рассмотрим любое допустимое расписание. График загрузки ресурса  $R(t)$  будет ступенчатым (см. рис. 1). Разобьем ступеньки на части, если внутри ступеньки заканчивается (начинается) какая-либо работа. Пронумеруем все получившиеся кусочки цифрами натурального ряда от 1 до  $m$  и обозначим их ширину через  $\tau_k$ , вот это и будут переменные модели. Последнее разбиение нужно для того, чтобы каждая переменная представляла собой некоторый фронт работ. Действительно, все работы, располагающиеся в периоде  $\tau_k$ , выполняются параллельно, значит, они входят в какой-то один фронт. Обратное также верно: каждому фронту соответствует некоторая  $\tau_k$ . Можно заметить, что  $\tau_k$  — это минимальная продолжительность из всех работ, входящих в  $k$ -фронт.

Последнее усилие, которое нужно сделать для полного описания переменных, — это представить все возможные фронты работ и что с каждым из них связана своя  $\tau_k$ . Таким образом, получается, что количество переменных совпадает с количеством возможных фронтов работ. В пределе, когда проект состоит из  $n$ -работ, которые могут выполняться параллельно, количество переменных будет равно  $2^n$ . В реальных проектах количество переменных будет тем меньше, чем больше взаимосвязей между ними.

## Целевая функция модели

В качестве целевой функции предлагается взять продолжительность всего проекта, которая равна сумме всех переменных:

$$T = \sum_{k=1}^m \tau_k \rightarrow \min.$$

Кроме этого, целевой функцией может быть, например, сумма отклонений загрузки ресурса  $R(t)$  от максимального доступного уровня  $A$ . В этом случае модель позволит получить расписание с максимально равномерной загрузкой ресурса при, возможно, не самой маленькой продолжительности проекта.

## Ограничения модели

Главным ограничением является ресурсное ограничение, которое получается в два этапа. Допустим, количество ресурсов, требуемых работой  $(i, j)$ , равно  $r_{ij}$  (работы кодируются парой вершин). Эту величину называют интенсивностью фронта работ. Тогда можно рассчитать количество ресурсов, требуемых фронтом работ  $F_k$ .

$$r_k = \sum_{(i,j) \in F_k} r_{i,j}.$$

Ресурсное ограничение:

$$r_k \leq A.$$

Если это условие не выполняется (приведенное выражение можно рассчитать на этапе построения модели, так как каждый фронт состоит из фиксированного набора работ), то вводим в модель ограничение:

$$\tau_k = 0.$$

Кроме ресурсного, есть также и логическое ограничение, которое выглядит так:

Для каждой работы  $(i, j)$ :

$$\sum_{F_k \ni (i,j)} \tau_k = \text{продолжительность работы } (i, j).$$

Что касается отношений предшествования между работами, то они обеспечиваются упорядоченностью событий проекта.

**Пример постановки задачи ЛП**

Для нашего примера (см. рис. 1), интенсивности фронтов будут следующими:

|             |          |          |          |          |          |          |
|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Переменная: | $\tau_1$ | $\tau_2$ | $\tau_3$ | $\tau_4$ | $\tau_5$ | $\tau_6$ |
| Фронт:      | {A}      | {B}      | {C}      | {D}      | {B, C}   | {D, C}   |
| $r_k$ :     | 1        | 2        | 1        | 1        | 3        | 2        |

Целевая функция:

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 + \tau_5 + \tau_6 \rightarrow \min.$$

Ограничения:

- |   |                        |
|---|------------------------|
| лог. для работы A: $\tau_1 = 2$                   | $\tau_1 = 2;$          |
| лог. для работы B: $\tau_2 + \tau_5 = 4$          | $\tau_2 = 4;$          |
| лог. для работы C: $\tau_3 + \tau_5 + \tau_6 = 2$ | $\tau_3 + \tau_6 = 2;$ |
| лог. для работы D: $\tau_4 + \tau_6 = 3$          | $\tau_4 + \tau_6 = 3;$ |
| Ресурсное ограничение: $\tau_5 = 0$               | $\tau_5 = 0;$          |
| Логическое: $\tau_k \geq 0$                       | $\tau_k \geq 0.$       |

На следующем этапе полученную задачу линейного программирования можно решить с помощью симплекс-метода. Однако в нашем простом случае решение можно найти и так:

$$\tau_1 = 2; \tau_2 = 4; \tau_3 = 0; \tau_4 = 1; \tau_5 = 0; \tau_6 = 2.$$

Общая продолжительность проекта равна 9. А вот расписание получить из такого ответа не очень просто. Для этого нужно рисовать диаграмму Ганта слева направо, отслеживая фронты работ (показывает, какие работы идут параллельно) и величины  $\tau_k$ , которые показывают, насколько перекрываются те или иные параллельные работы.

**Сравнение с западными моделями**

Модель, которую мы условно назвали «модель продолжительности фронтов работ», являлась основной для советских исследователей на протяжении долгого периода времени. На ее разновидность есть ссылка как на основную модель и в современном учебнике [6]. Там же есть попытка формулировки задачи выпуклого программирования RCPSP на основе ее принципов. Рассмотрим аналогичные модели, которые разрабатывались на Западе и по разным причинам не были известны в СССР.

*Модель Прицкера и Уоттерса*

В 1969 г. Прицкер и Уоттерс опубликовали работу, в которой была получена одна из первых фор-

мулировок RCPSP в терминах линейного программирования. Переменными модели являются  $x_{it}$  — булевы переменные, принимающие значение единицы, когда работа  $i$  заканчивается в момент времени  $t$ . Тогда окончание работы  $i$  будет рассчитываться по следующей формуле:

$$f_i = \sum_t t \cdot x_{it} = 1 \cdot x_{i1} + 2 \cdot x_{i2} + 3 \cdot x_{i3} + \dots,$$

где  $t$  — временные единицы проекта (например, дни).

При подобном подходе получается очень большое количество переменных (произведение количества всех работ проекта и максимальной продолжительности проекта), которое можно сократить следующим образом.

Отношения предшествования без учета ограниченных ресурсов накладывают определенные ограничения на самые ранние начала и окончания работ. Ясно, что ограничения на ресурсы могут только увеличить даты ранних начал и окончаний работ. Таким образом, с помощью обычного метода критического пути удастся получить нижнюю оценку  $EFT_i$  раннего окончания  $i$ -работы.

Теперь оценим поздние сроки выполнения работ. Для этого построим допустимое расписание (с учетом ограничений на ресурсы), любым способом разрешая ресурсные конфликты. В результате мы получим некоторую продолжительность проекта  $T$ , относительно которой можно сказать, что минимально возможная продолжительность будет меньше или равна этому числу. Применим теперь обратный расчет (без учета ограниченных ресурсов) метода критического пути для определения поздних сроков окончания работ  $LFT_i$  с навязанным финишем, равным полученной продолжительности  $T$ .

С учетом вышесказанного модель будет выглядеть так:

$$\sum_{t=EFT_i}^{LFT_i} t \cdot x_{it} \rightarrow \min$$
 — целевая функция (окончание последней работы проекта);

$$x_{it} \in \{0,1\}$$
 — для каждой  $i$ -работы и  $t$ -периода (булевы переменные);

$$\sum_{t=EFT_i}^{LFT_i} x_{it} = 1$$
 — требование того, чтобы у каждой  $i$ -работы было только одно окончание;

$\sum_{t=EFT_i}^{LFT_i} t \cdot x_{it} \leq \sum_{t=EFT_j}^{LFT_j} t \cdot x_{jt} - d_j$  — для каждого отношения предшествования  $i \rightarrow j$ ;

$\sum_{i=1}^n \sum_{q=\max\{t, EFT_i\}}^{\min\{t+d_i-1, LFT_i\}} r_{ik} \cdot x_{iq} \leq a_k$  — для каждого ресурса  $k = 1, \dots, K$  и для каждого периода  $t = 1, \dots, T$ .

Ключевой особенностью модели является невозможность прерывания выполнения работы.

### Модель Каплана

В 1988 г. Каплан предложил формулировку задачи линейного программирования для проекта с ограниченными возобновляемыми ресурсами в более общем случае, когда работы могут выполняться с перерывами.

В этой модели булевы переменные  $x_{it}$  принимают значение «единица», только когда  $i$ -работа выполняется в  $t$ -интервале. То есть если работа начинается на 10-й день, а заканчивается на 15-й, то ненулевыми будут переменные:  $x_{(i,10)}, x_{(i,11)}, \dots, x_{(i,15)}$ .

За большие возможности модели, по сравнению с моделью Прицкера и Уоттерса, пришлось заплатить большей размерностью переменных и ограничений.

### Модель Альвареса-Вальдеса и Тамари

Следующая формулировка задачи линейного программирования для RCPSP была предложена Альваресом-Вальдесом и Тамари в 1993 г. В ней используется понятие минимального ресурсно-несовместного множества работ, которое во многом похоже на фронт работ, используемый в советской модели. Ресурсно-несовместное множество работ — это некоторое подмножество работ проекта, которые могут выполняться параллельно, между элементами которого не существует отношений предшествования (в том числе транзитивных) и одновременное выполнение которых нарушает ресурсные ограничения. Среди всех множеств несовместных работ выделяют минимальные множества, из которых нельзя удалить ни одну работу, чтобы множество оставалось ресурсно-несовместным.

В нашем примере есть только одно минимальное ресурсно-несовместное множество работ —  $\{B, C\}$ . Для того чтобы построить допустимое расписание, достаточно в каждом минимальном ресурсно-несовместном множестве работ добавить ровно одно отношение предшествования. Это по определению минимального множества сделает его совместным

с ресурсными ограничениями. В соответствии с этим фактом определим булевы переменные  $x_{ij}$ :

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-работа предшествует } j\text{-работе (то есть } i \rightarrow j) \\ 0, & \text{иначе (в том числе когда } j\text{-работа предшествует } i\text{-работе)} \end{cases}$$

Кроме переменных  $\{x_{ij}\}$ , переменными также являются моменты окончания работ  $\{f_j\}$ .

В отличие от предыдущих двух моделей, эта модель не требует дискретности времени. Количество переменных равно  $\frac{n(n-1)}{2} + n$  и порядка  $2^n$  ограничений, что, конечно, очень много.

### Сравнение моделей

Все перечисленные модели — очень разные с разными достоинствами и недостатками. Наиболее универсальной моделью является модель Каплана, как видно из табл. 1. Модель продолжительностей фронтов работ отличается тем, что авторам удалось свести задачу к линейному программированию (ЛП), а не целочисленному линейному программированию (ЦЛП), что само по себе очень интересно. Это очень важно для скорости получения решения, однако дополнительное ограничение в виде упорядоченности событий сильно сокращает класс решаемых задач.

Наиболее сложными для построения являются модели продолжительностей фронтов работ и Альвареса-Вальдеса и Тамари, так как у них экспоненциальное количество переменных (ограничений). Это имеет принципиальное значение, так как если в проекте, например, 200 работ, то  $2^n \approx 10^{30}$ ; если на каждое ограничение выделить несколько десятков байт, то никакой памяти компьютера не хватит для записи всех ограничений (1 терабайт =  $10^{12}$  байт). При этом 200 работ — это совсем небольшой проект. Конечно, в каждом конкретном случае количество ограничений будет существенно меньше этой цифры, но больше важна скорость роста при увеличении количества работ, а она — экспоненциальная.

Модели Прицкера-Уоттерса и Каплана можно формализовать для достаточно больших проектов (и памяти современного компьютера точно хватит), однако решить ее современным компьютерам не под силу: уже при количестве работ  $n = 90$  могут возникать серьезные проблемы.

Таблица 1  
Сравнение моделей

| Модель                       | Продолжительность фронтов работ (1965) | Прицкера и Уоттерса (1969) | Каплана (1988) | Альвареса-Вальдеса и Тамари (1993) |
|------------------------------|--|----------------------------|----------------|------------------------------------|
| Модель времени               | непрерывная                            | дискретная                 | дискретная     | непрерывная                        |
| Непрерывное выполнение работ | —                                      | +                          | +              | +                                  |
| Прерывания выполнения работ  | +                                      | —                          | +              | —                                  |
| Количество переменных        | $\max 2^n$                             | $\sim n^2$                 | $\sim n^2$     | $\sim n^2$                         |
| Количество ограничений       | $\sim n$                               | $\sim n^2$                 | $\sim n^2$     | $\sim 2^n$                         |
| Тип задачи                   | ЛП                                     | ЦЛП                        | ЦЛП            | ЦЛП                                |
| Дополнительные ограничения   | Упорядоченность вершин проекта         | —                          | —              | —                                  |

Главный вопрос, который волнует математиков всего мира: возможно ли придумать такую постановку задачи (такой алгоритм), который позволил бы искать решение подобных задач за полиномиальное, а не экспоненциальное время (от количества работ проекта). Оказывается, что с высокой степенью вероятности это в принципе невозможно, так как задача *RCPSP NP* — сложная [10]. Поэтому надежд на появление новой модели *RCPSP*, которая будет существенно лучше предшественников, нет.

В такой ситуации единственно возможным решением проблемы *RCPSP* в практических ситуациях будут так называемые эвристические методы, которые ищут не оптимальных решений, а только достаточно хороших. Именно такие методы мы рассмотрим далее.

#### Эвристические методы *RCPSP*

Все околооптимальные методы можно разделить на три класса:

1. *Конструктивные эвристические методы*. Позволяют «с нуля» построить допустимое (бесконфликтное) расписание.
2. *Улучшающие эвристические методы*. Помогают попробовать улучшить некоторое существующее допустимое расписание. Правда, это далеко не всегда удается.

3. *Метаэвристические методы*. Представляют собой систему последовательных улучшений расписаний, позволяющих систематически приближаться к оптимальному решению.

#### Конструктивные эвристические методы

Все известные конструктивные эвристические методы основаны на трех элементах:

- правила приоритета работ;
- схема формирования расписания;
- направление.

Правила приоритета определяют, какие работы нужно запускать в первую очередь, если есть ресурсные конфликты, а какие отложить. Схема определяет общий подход к тому, как следует строить расписание: 1) последовательно, в соответствии с приоритетом, брать одну работу за другой и пытаться ее поставить в расписание как можно раньше, учитывая все накладываемые ограничения (последовательная схема); 2) двигаться по дням выполнения проекта, пытаясь по максимуму загрузить ресурсы (параллельная схема). И наконец, направление определяет, с какой стороны временной оси мы строим бесконфликтное расписание: с первого дня проекта к последнему (прямая схема), от последнего дня к первому (обратная схема), с двух концов (двухнаправленная схема).

На самом деле схема построения допустимого расписания не столь важна, как правило приоритета. Это следует из того факта, что если зафиксировать, например, прямую последовательную схему формирования расписания, то, изменяя приоритеты работ, теоретически можно получить все возможные расписания проекта<sup>1</sup>. Поэтому если удастся сформировать качественные правила выбора приоритетов работ, то это позволит формировать достаточно хорошие решения.

Существует большое количество разнообразных правил приоритетов, которые были классифицированы и исследованы Лоренсом в неизданном докладе [17]. Эта классификация стала весьма популярной и используется в большинстве работ, посвященных проблеме *RCPSP*. Согласно этой классификации все правила приоритетов делятся на пять категорий, различающихся информацией, необходимой для применения правила (табл. 2).

<sup>1</sup> Стоит отметить тот факт, что при использовании параллельной схемы всех расписаний получить не удастся.



Таблица 2

## Правила приоритета работ проекта

| Категория (источник информации) | Правила                                 | Краткое описание (приоритет)   |
|---------------------------------|---|--|
| I. Свойства работ               | SPT<br>LPT<br>RND                       | Минимальная длительность работ<br>Максимальная длительность работ<br>Случайный порядок   |
| II. Сетевая модель              | MIS<br>MTS<br>LNRJ<br>GRPW              | Наибольшее число прямых последователей<br>Наибольшее число полных последователей<br>Наименьшее число несвязанных работ<br>Сумма длин работы и ее последователей  |
| III. Метод критического пути    | EST<br>EFT<br>LST<br>LFT<br>MSLK<br>RSM | Наименьшее раннее начало работы<br>Наименьшее раннее окончание работы<br>Наименьшее позднее начало работы<br>Наименьшее позднее окончание работы<br>Наименьший полный резерв работы<br>Метод выравнивания ресурсов |
| IV. Ресурсы                     | GRD<br>GCUMRD<br>RED<br>CUMRED          | Наибольшее использование ресурсов<br>Наибольшее накопленное использование ресурсов<br>Ресурсный эквивалент продолжительности<br>Накопленный RED  |
| V. Гибридные правила            | WRUP<br>IRSM<br>WCS                     | Средневзвешенное использование ресурсов<br>Улучшенный RSM<br>Самый большой резерв  |

Предпринимались многочисленные попытки оценить эффективность применения тех или иных правил приоритета для решения задачи *RCPSP*. Согласно работе [14], все гибридные правила оказываются предпочтительнее других. Среди правил других категорий, лидируют *SLK*, *LFT*, *GRD*, *MTS*. В частности, в работе [11] получено, что самым качественным правилом является *SLK*, затем следует *LFT* (будем обозначать  $SLK > LFT$ ).  $SLK > LFT > RSM > GRD > SPT$ . В работе [14] получено, что  $LFT > SLK > RSM > MTS > GRPW$ .

Интересно отметить, что из правил *EST*, *EFT*, *LST*, *LFT* безусловными фаворитами являются правила, основанные на поздних сроках (*LST*, *LFT*). Добавление ранних сроков в правило (например,  $SLK = LxT - ExT$ ) дает едва уловимое преимущество. Это говорит о том, что метод критического пути все же оказывает сильное влияние на задачу *RCPSP*, несмотря на то что напрямую его применять для формирования расписания нельзя. Также это может означать, что теоретически должен существовать аналог метода критического пути для задачи *RCPSP*,

который не будет приводить к оптимальному решению, но будет давать значимую информацию для менеджера проекта о степени критичности его работ.

Еще один интересный момент касается того, что правил, учитывающих использование ресурсов, немного, и они далеко не самые лучшие. Это может объясняться тем, что внутренняя структура сети проекта и продолжительности работ влияет на эффективность расписания значительно сильнее, чем количество используемых на работе ресурсов. Недаром в правиле *WRUP* весовой коэффициент, связанный с ресурсами, составляет всего 30%.

## Советские методы

В монографии С. Зуховицкого и И. Радчик [2], которую мы уже упоминали выше, эвристические методы *RCPSP* описываются даже раньше математических моделей, что говорит об их важности и практичности использования.

В качестве основного метода разрешения ресурсных конфликтов предлагается следующий оригинальный мультипроходный алгоритм, использующий гибридное правило приоритета (описание в соответствии с терминологией предыдущего раздела статьи):

- 1) использование прямой параллельной схемы формирования расписания проекта вместе с правилом приоритета « $SLK^1 + \max$  интенсивность использования ресурсов». Причем полный резерв работ постоянно пересчитывается для работ, не поставленных в расписание. Такую форму можно назвать динамическим *SLK*;
- 2) улучшающий эвристический метод «уплотнение ресурсов», использующий обратную схему для построения активного расписания «как можно позже» и правило приоритета « $\max$  интенсивность ресурсов» для определения работы, которую можно сдвинуть вправо;
- 3) улучшающий эвристический метод «уплотнение ресурсов», использующий прямую схему для построения активного расписания «как можно раньше» с правилом приоритета « $\max$  интенсивность ресурсов».

Практическая сложность реализации этого метода довольно высока из-за необходимости динамически пересчитывать полный резерв для оставшихся работ. С другой стороны, исследования показали, что за то же самое машинное время, которое тратится на применение динамического

<sup>1</sup> Наибольший приоритет получает работа с наименьшим полным резервом.

правила, эффективнее рассчитать несколько вариантов нединамических правил, которые существенно проще. Что касается использования интенсивности ресурсов вместе с резервом, то эффективность этого правила будет исследована ниже.

В работе В.И. Садовского [7] предлагаются сразу два эвристических метода *RCPSP*: калибровка и сглаживание. Именно эти методы чаще всего использовались для решения задач *RCPSP*.

Метод «Калибровка» — конструктивный эвристический метод, основанный на правиле приоритета *MSLK*, основной целью которого является сокращение продолжительности проекта. Метод «Сглаживание» выполняется после калибровки, идея которого заключается в том, чтобы без изменения полученной продолжительности проекта постараться усреднить использование ограниченных ресурсов на основе целевого параметра, описанного в работе автора МКП Дж. Келли [4].

$$Q^2 = \int \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} Q_{\alpha}^2(t) dt,$$

где  $\lambda_{\alpha}$  — важность ресурса  $\alpha$ , где  $\alpha$  изменяется от 1 до  $K$ ;

$Q_{\alpha}(t)$  — интенсивность использования ресурса  $\alpha$  в момент времени  $t$ .

Эти методы несколько раз подвергались различным изменениям. Наибольший интерес вызывает следующее [5].

**Калибровка.** Есть один ресурс с постоянным уровнем доступности  $A$ . Для построения допустимого расписания необходимо выполнить ряд шагов.

Процедура 1. Рассчитать раннее расписание работ проекта (без учета ограниченных ресурсов).

Процедура 2. Последовательно, слева направо ищем ресурсные конфликты.

Процедура 3. В случае обнаружения ресурсного конфликта:

- упорядочиваем работы по степени напряженности (см. далее);
- сдвигаем работу вправо или разрываем ее;
- пересчитываем полные резервы оставшихся работ.

В таком виде калибровка использует прямую параллельную схему формирования расписания с правилом приоритета «степень напряженности». Идея очень красива. Из МКП и определения полного резерва следует, что полный резерв принадлежит не работе, а пути, который проходит через эту работу, т.е. если потратить часть полного резерва на работе, то это приведет к сокращению полных ре-

зервов последующих работ на всех путях, проходящих через данную работу. Кроме того, можно заметить, что разные работы с одним и тем же полным резервом могут находиться на путях различной длины. Это значит, что в одном случае несколько дней резерва приходится на месяц, а в другом — на два. Поэтому напряженность графика выполнения работ в первом и втором случае будет разной. Именно этот факт отражает так называемый коэффициент напряженности работы  $(i; j)$ , который рассчитывается по следующей формуле:

$$K_{ij} = 1 - \frac{SLK_{ij}}{T'_{kp}(i; j)},$$

где  $SLK$  — полный резерв работы;  $T'_{kp}(i; j)$  — максимальный по длине путь от критических событий, проходящий через работу  $(i; j)$ .

Еще С. Зуховицкий и И. Радчик в своей монографии [2] отмечали, что «полный резерв не вполне достаточно отражает меру критичности работы» и ввели коэффициент напряженности. С тех пор его пытались применять в различных методах.

Именно в таком виде методы «калибровка» и «сглаживание» рекомендует использовать в реальных проектах Я.Д. Гельруд в своей монографии [1].

На первый взгляд кажется, что такое правило должно работать лучше, чем *MSLK*. Этот вопрос мы исследуем далее.

### Методология исследования

Наша цель — исследовать эффективность применения различных эвристических методов *RCPSP* статистическими методами. Для этого нам необходима обширная база проектов, которая бы в среднем была похожа на среднестатистический проект. Здесь есть две сложности: 1) где взять проекты; 2) как определить, что они являются среднестатистическими проектами.

На сегодняшний день, есть только один ответ на первый вопрос — сгенерировать базу проектов с помощью датчика случайных чисел. Именно таким образом поступало большинство исследователей эффективности эвристических методов как на Западе, так и в СССР. В частности, в замечательной книге Н.В. Скрыдлова [8] описываются результаты подобных исследований. К сожалению, методику Н.В. Скрыдлова генерации проектов найти не удалось, поэтому мы будем использовать западную методику.

Ответ на второй вопрос позволит сгенерировать базу проектов, которые будут похожи на реальные. Для этого используются показатели-инварианты, которые позволяют разделить все проекты на классы.

Первым подобным инвариантом является коэффициент сложности сети ( $NC^1$ ), представляющий собой отношение количества связей между работами и количеством работ. Если граф, представляющий сетевую модель проекта, связный (чего всегда можно достичь), то коэффициент сложности сети может находиться в пределах от 1 до числа, имеющего порядок количества работ проекта. В работе [16] показано, что с ростом этого коэффициента сложность проблемы сокращается и простые эвристические методы дают хорошие результаты. Это объясняется тем, что с увеличением связей между работами проекта сокращается число допустимых решений и остается меньше свободы в выборе работы, которую нужно задержать для устранения ресурсного конфликта. Считается, что  $NC$  для обычных проектов находится в пределах от 1.5 до 2.5 и именно на этот диапазон приходятся самые сложные задачи.

Второй важной характеристикой проекта является среднее количество (типов) возобновляемых ресурсов, назначенных на одну работу ( $RF^2$ ). Если на каждую работу может быть назначен только один ресурс, то  $RF$  будет находиться в диапазоне от 0 до 1. В работе [16] показано, что с ростом этого параметра сложность задачи возрастает.

Третий параметр проекта — доступность возобновляемого ресурса ( $RS$ , *Resource Strength*). Рассчитывается он следующим образом. Можно определить минимально возможный уровень доступности ресурса для выполнения проекта  $K_{\min}$  (все работы выполняются последовательно) — это будет максимум из потребностей каждой работы в данном ресурсе. Также определяется максимальный уровень доступности ресурса в проекте  $K_{\max}$  — это минимальное значение, при котором отсутствуют ресурсные конфликты. Теперь рассмотрим доступный в проекте уровень ресурса  $K$ . Тогда доступность ресурса можно рассчитать по формуле:

$$RS = \frac{K - K_{\min}}{K_{\max} - K_{\min}}$$

$RS$  изменяется в диапазоне от 0 до 1 и служит индикатором ресурсных конфликтов — чем меньше

$RS$ , тем более существенны ресурсные конфликты. В случае когда  $RS = 1$ , ресурсных конфликтов нет. В реальных проектах этот параметр, конечно, вызывает много вопросов, но при генерировании проектов все его недостатки можно сгладить. В работе [16] показано, что с ростом этого параметра сложность задачи падает и растет вероятность с помощью эвристических методов найти оптимальное решение. Это объясняется сокращением количества ресурсных конфликтов при увеличении  $RS$ .

Для исследования эффективности эвристических методов  $RCPSP$  мы будем использовать базу данных  $PSPLIB$ , множества проектов которой были сгенерированы с использованием открытой программы *ProGen*. Алгоритм генерирования проектов подробно описан в [14] и [15]. Большинство современных исследований  $RCPSP$  проводились с использованием этой базы проектов. Для однорежимных задач  $RCPSP$  в  $PSPLIB$  есть четыре множества проектов:  $SM\_J30$ ,  $SM\_J60$ ,  $SM\_J90$ ,  $SM\_J120$ , которые содержат проекты с количеством работ 30, 60, 90 и 120 соответственно. Кроме того, каждое множество (кроме  $J120$ ) содержит проекты с 48 ( $= 3 \times 4 \times 4$ ) различными параметрами (табл. 3).

Таблица 3

Параметры проектов  $PSPLIB$ 

| Параметр | Значения             |
|----------|----------------------|
| $NC$     | 1.5; 1.8; 2.1        |
| $RF$     | 0.25; 0.5; 0.75; 1.0 |
| $RS$     | 0.2; 0.5; 0.7; 1.0   |

Для каждой комбинации параметров было сгенерировано по 10 проектов, в результате в каждом множестве содержится 480 проектов. Для всех проектов множества  $SM\_J30$  были найдены оптимальные решения, для остальных — собраны наилучшие эвристические решения (часть из которых, возможно, является оптимальной).

Стоит отметить, что в базах присутствуют проекты с  $RS = 1$ . У таких проектов нет ресурсных конфликтов, поэтому применять к ним различные методы бессмысленно, оптимальное решение дает метод критического пути. Мы такие проекты будем удалять из итоговой статистики и базы без них называть далее скорректированными.

Другие менее важные параметры проектов: 4 возобновляемых ресурса, продолжительность работ от 1 до 10, количество предшественников и последователей у каждой работы — от 1 до 3, количество типов ресурсов, назначаемых на одну работу — от 1 до 4; количество одного ресурса, назначаемого на одну работу — от 1 до 10.

<sup>1</sup> Network Complexity.

<sup>2</sup> Resource Factor.

**Результаты исследования**

В первую очередь нас интересует использование коэффициента напряженности в качестве правила приоритета работ в конструктивных эвристических методах *RCPSP*. Это правило мы будем сокращенно называть *ATF*. В качестве главной базы проектов будем использовать базу *SM\_J30 PSPLIB*, из которой удалены проекты с  $RS = 1$ , так как в таких проектах нет ресурсных конфликтов при построении раннего расписания по методу критического пути.

В табл. 4 представлены результаты применения правила *ATF* для 4 разных схем: прямая последовательная, прямая параллельная, динамическая прямая последовательная и динамическая прямая параллельная. 5-й метод (*Multipass*) является результатом выбора лучшего расписания, сгенерированного с помощью 4 предыдущих методов. Можно его также назвать мультипроходным *ATF*.

Таблица 4

**Эффективность правила приоритета, основанного на коэффициенте напряженности работ (*ATF*)**

| Method                    | Quality | New sol. | Mean  | St.dev. |
|---------------------------|---------|----------|-------|---------|
| FW, Serial, ATF           | 30,6%   | 2,8%     | 14,3% | 11,8%   |
| FW, Parallel, ATF         | 55,8%   | 27,5%    | 9,7%  | 9,3%    |
| FW, Serial, Dynamic ATF   | 30,6%   | 3,9%     | 14,1% | 11,6%   |
| FW, Parallel, Dynamic ATF | 45,6%   | 22,8%    | 10,0% | 9,1%    |
| Multipass                 | 100,0%  | 0,0%     | 5,9%  | 6,3%    |

Колонка *Quality* показывает, сколько раз метод дает наилучшее решение в группе, а *New sol.* — сколько раз метод давал решение, которое лучше (короче по продолжительности) других, полученных остальными методами (кроме *Multipass*). *Mean* — это математическое ожидание, *St. dev.* — стандартное отклонение (корень из дисперсии).

Из табл. 4 видно, что параллельные методы значительно лучше последовательных (согласно исследованиям, этот факт верен для большего числа методов). Более того, последовательные методы дают только около 3% новых решений, что пренебрежимо мало. Сравнивая динамический и статический параллельный *ATF*, видно, что по большинству параметров динамический проигрывает. Однако это не означает, что его не следует применять. Согласно результатам, динамический метод дает почти 23% новых лучших решений в

данной группе, что хотя и меньше аналогичного статического метода, но довольно много и говорит о том, что решения, получаемые этими методами, разные.

Таблица 5

**Отклонения от оптимального решения**

| Method                    | Exact | + 5%  | + 10% | + 15% | + 20% | + 25% | + 30% | + 35% |
|---------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| FW, Serial, ATF           | 18,9% | 9,4%  | 10,3% | 16,4% | 15,8% | 11,1% | 7,8%  | 5,3%  |
| FW, Parallel, ATF         | 20,0% | 18,6% | 21,9% | 16,7% | 7,8%  | 5,6%  | 6,1%  | 2,2%  |
| FW, Serial, Dynamic ATF   | 17,8% | 11,4% | 11,1% | 15,3% | 14,7% | 11,1% | 9,4%  | 4,2%  |
| FW, Parallel, Dynamic ATF | 14,7% | 20,8% | 21,4% | 19,2% | 11,1% | 4,7%  | 5,0%  | 1,4%  |
| Multipass                 | 32,2% | 20,6% | 24,4% | 14,2% | 3,9%  | 3,1%  | 1,7%  | 0,0%  |

В табл. 5 представлены результаты по распределению отклонений от оптимального решения методов на основе коэффициента напряженности работ. Первая колонка *Exact* показывает, сколько раз данный метод привел к оптимальному решению. Столь высокий процент объясняется тем, что даже в скорректированной базе *SM\_J30* содержится много проектов со слабыми ресурсными конфликтами. На рис. 3 те же отклонения по параллельным методам представлены графически.

Теперь мы сравним лучший метод *ATF* с одним из лучших конструктивных эвристических методов, использующим, так же как и *ATF*, информацию, поставляемую методом критического пути. Этот метод основан на правиле приоритета *LST + SLK*, т.е. при определении приоритета работы больший приоритет получает сначала та работа, которая имеет наименьший поздний старт (по методу критического пути без учета ограниченных ресурсов), а затем, если поздние старты совпадают, наибольший приоритет получает та работа, у которой наименьший полный резерв (*SLK*).

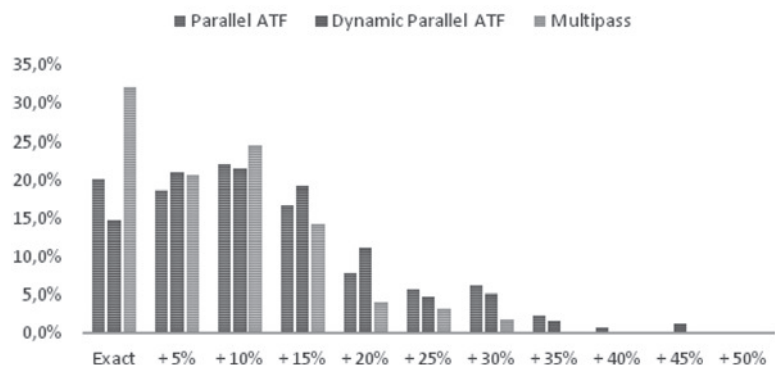


Рис. 3. Отклонения от оптимального решения правил на основе *ATF*



Таблица 6

**Эффективность методов на основе правила LST + SLK**

| Method                  | Quality | New sol. | Mean | St.dev. |
|-------------------------|---------|----------|------|---------|
| FW, Serial, LST + SLK   | 63,3%   | 32,2%    | 6,6% | 7,2%    |
| FW, Parallel, LST + SLK | 67,8%   | 36,7%    | 6,1% | 6,2%    |
| Multipass               | 100,0%  | 0,0%     | 4,6% | 5,7%    |

Как и для ATF, применим последовательную и параллельную схему одновременно (табл. 6). В результате по математическому ожиданию и среднеквадратическому отклонению эти методы выглядят существенно лучше, чем методы, основанные на ATF (см. табл. 4).

Таблица 7

**Отклонения от оптимального решения методов, основанных на правиле LST + SLK**

| Method                  | Exact | + 5%  | + 10% | + 15% | + 20% | + 25% | + 30% | + 35% |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| FW, Serial, LST + SLK   | 34,7% | 16,4% | 19,2% | 16,7% | 7,2%  | 3,6%  | 1,4%  | 0,8%  |
| FW, Parallel, LST + SLK | 25,3% | 26,7% | 24,4% | 15,0% | 4,7%  | 2,5%  | 1,1%  | 0,3%  |
| Multipass               | 40,8% | 22,5% | 20,3% | 9,7%  | 4,2%  | 1,7%  | 0,8%  | 0,0%  |

На диаграмме (рис. 4) отчетливо видно, что в диапазоне отклонений «более 30%» методы на основе правила LST + SLK дают значительно меньше решений, чем методы, основанные на ATF.

Стоит отметить, что вычисление ATF требует значительно больше компьютерного времени, чем вычисление LST и SLK при значительно меньшей эффективности. Однако, прежде чем сделать окончательные выводы о применении ATF, стоит провести сравнительный тест, который позволит выявить, заменяем ли ATF другими методами или он дает значительное число оригинальных решений, которые иначе получить затруднительно.

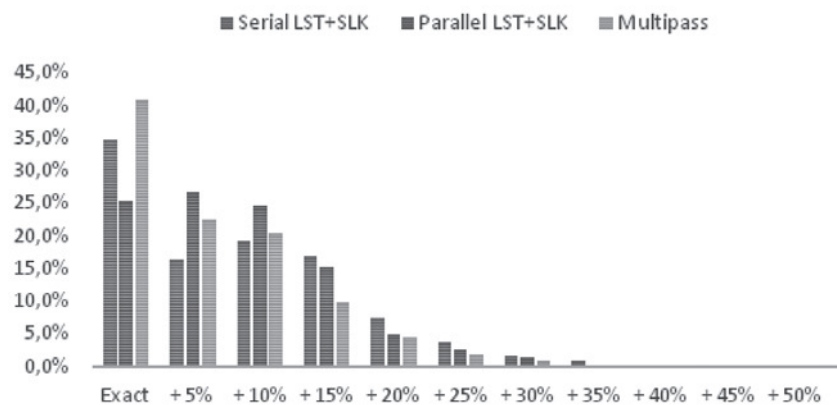


Рис. 4. Отклонения от оптимального решения на основе LST + SLK

Для ответа на этот вопрос рассмотрим совместную работу методов, основанных на следующих правилах приоритета: ATF, LST + SLK, MTS, SLK. В каждом случае мы будем использовать неединичные правила.

Таблица 8

**Сравнение эффективности различных правил приоритета**

| Method                  | Quality | New sol. | Mean | St.dev. |
|-------------------------|---------|----------|------|---------|
| FW, Parallel, ATF       | 45,6%   | 4,2%     | 9,7% | 9,3%    |
| FW, Parallel, LST + SLK | 70,0%   | 16,7%    | 6,1% | 6,2%    |
| FW, Parallel, MTS       | 58,9%   | 18,1%    | 6,7% | 5,6%    |
| FW, Parallel, SLK       | 52,2%   | 2,5%     | 9,0% | 9,1%    |
| Multipass               | 100,0%  | 0,0%     | 4,6% | 4,4%    |

Результаты, представленные в табл. 8, показывают, что оригинальность правила ATF — всего 4%, т.е. 96% расписаний, генерируемых этим методом, можно получить с помощью трех оставшихся. Кроме того, отклонения от оптимального решения (рис. 5) в каждом диапазоне показывают, что правило ATF работает плохо. Это означает, что использовать ATF нецелесообразно.

До сих пор мы проводили эксперименты с множеством проектов SM\_J30, в котором 30 работ. Если подобные расчеты проводить с другими множествами (J60, J90, J120), то результаты будут очень похожие. Особый интерес представляет множество SM\_J120, в котором параметры проектов отличаются от трех других множеств (которые были описаны выше). Для проектов этого множества очень сложно с помощью простого эвристического правила найти оптимальное решение.

Полученные по этому множеству результаты (рис. 6) показывают, что по эффективности правила SLK и ATF очень похожи и значительно уступают правилам LSK + SLK и даже MTS.

**Заключение**

Советские методы управления проектами с ограниченными возобновляемыми ресурсами развивались параллельно западным и по некоторым позициям на начальном этапе даже вырвались вперед.

Советскими учеными была разработана оригинальная модель, основанная на понятии фронта работ и позволяющая сформулировать задачу нахождения оптимального по продолжи-

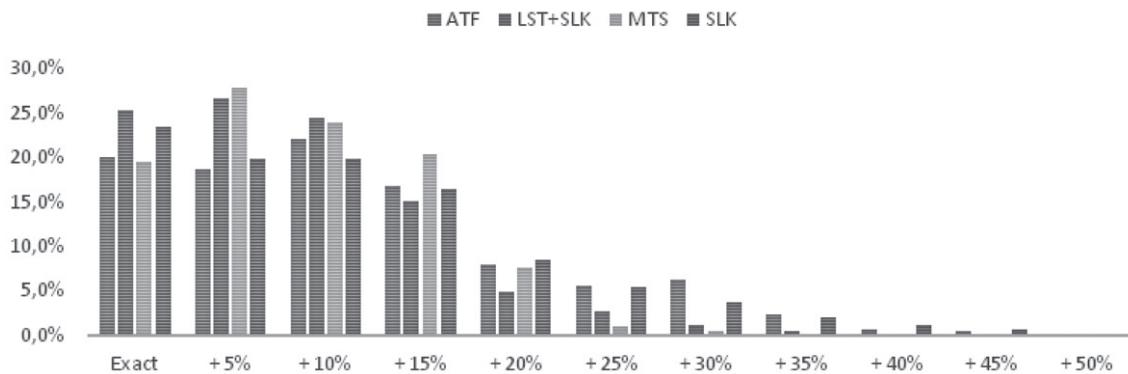
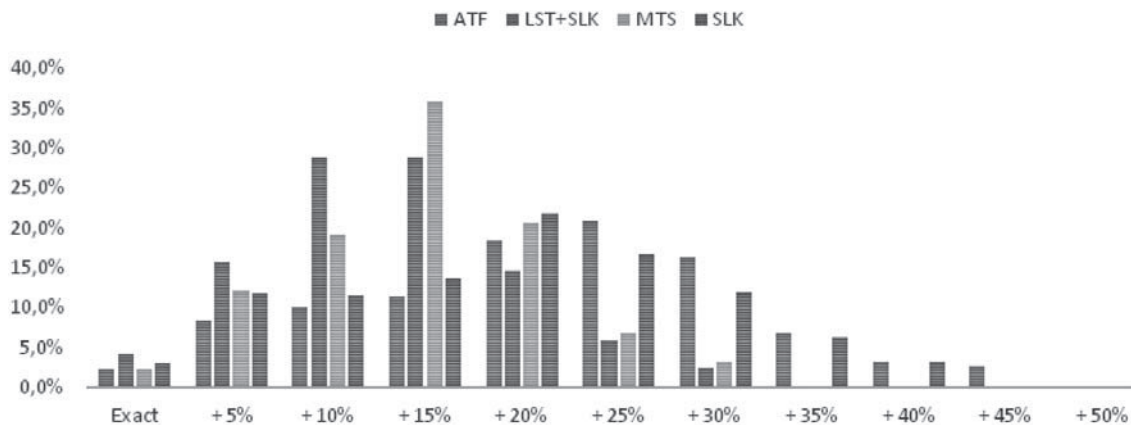


Рис. 5. Отклонения от оптимального значения различных правил приоритета

Рис. 6. Сравнение правил приоритета с использованием множества  $SM_{J120}$ 

тельности расписания проекта с ограниченными ресурсами на языке задачи линейного программирования, но с особым требованием к проекту — наличием пути, проходящего через все вершины в графе «ребро—работа». В зарубежных работах был опубликован ряд моделей, которые позволили свести аналогичную задачу к задаче целочисленного линейного программирования без ограничений на модель проекта.

В СССР были предложены 2 класса эвристических методов нахождения допустимого расписания в проекте с ограниченными ресурсами: «калибровка» и «сглаживание». Первый предполагал максимально возможное сокращение продолжительности проекта, а второй — минимизацию загрузки ресурсов при заданной продолжительности. И та и другая процедура были основаны на алгоритмах из оригинальной работы авторов критического пути, которые также предложили термин «сглаживание».

Для «калибровки» было предложено правило приоритета (мы его условно назвали *ATF*), основан-

ное на коэффициенте напряженности работы. В проведенном нами исследовании на основе базы проектов *PSPLIB* выяснилось, что несмотря на красивую идею, использовать *ATF* на практике не имеет смысла. Гораздо эффективнее взять несколько более простых правил и затем выбрать наилучшее расписание. Кроме того, выяснилось, что динамический *ATF* работает даже немного хуже, чем обычный *ATF*.

#### Литература

1. Гельруд Я.Д. Модели и методы управления проектами в условиях риска и неопределенности: Монография. Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2006.
2. Зуховицкий С.И., Радчик И.А. Математические методы сетевого планирования. М.: Наука, 1965.
3. Коренблюм Б.И., Рыбальский В.И., Хацей Б.И. Об одной экстремальной задаче, связанной с сетевым графиком проекта // Тезисы новосибирской конференции, 1965.
4. Келли Дж. Календарное планирование: Сб. Экономические модели в управлении производством. М., 1967.
5. Многоуровневая модель управления проектами со стохастическими параметрами / С.М. Любкин [и др.]. М.: ВИНТИ. 1999. № 6. С. 34—38.

6. Математические основы управления проектами: Учеб. пособие / С.А. Баркалов [и др.] // Под ред. В.Н. Буркова. М.: Высшая школа, 2005.
  7. Садовский В.И. Алгоритм оперативного планирования с использованием многоцелевых сетевых графиков в условиях ограниченных ресурсов («калибровка») // Вычислительная и организационная техника в строительстве. Вып. 5. Гипротис, 1965.
  8. Скрудлов Н.В. Автоматизированные системы оперативного управления в строительстве. М.: Стройиздат, 1974.
  9. Alvarez-Valdés R., Tamarit J.M. The Project Scheduling Polyhedron: Dimension, Facts and Lifting Theorems // European Journal of Operational Research. 1993. № 67. P. 204–220.
  10. Blazewicz J., Lenstra J., Rinnooy K.A. Scheduling subject to resource constraints: Classification and complexity // Discrete Applied Mathematics. 1983. № 5 (1983). P. 11–24.
  11. Boctor F.F. Some efficient multi-heuristic procedures for resource-constrained project scheduling // European Journal of Operational Research. 1990. № 49. P. 3–13.
  12. Hartmann S., Kolisch R. Experimental evaluation of state-of-the-art heuristics for resource constrained project scheduling // European Journal for Operational Research. 2000. Vol. 127. № 2. P. 394–407.
  13. Kaplan L.A. Resource-Constrained Project Scheduling with Preemption of Jobs // Unpublished Ph.D. Thesis, University of Michigan. 1988.
  14. Kolisch R., Sprecher A., Drexel A. Characterization and Generation of a General Class of Resource-Constrained Project Scheduling Problems // Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität. Kiel. 1992. № 301.
  15. Kolisch R., Sprecher A. PSPLIB — A project scheduling library // European Journal of Operational Research. 1996. Vol. 96. P. 205–216.
  16. Kolisch R., Sprecher A., Drexel A. Characterization and generation of a general class of resource-constrained project scheduling problems // Management Science. 1995. № 41. P. 1693–1703.
  17. Lawrence S. Resource constrained project scheduling: A computational comparison of heuristic scheduling techniques. Technical report. Graduate School of industrial administration. Pittsburg: Carnegie-Mellon University, 1985.
  18. Pritsker A.A.B., Watters L.J. A Zero-One Programming Approach to Scheduling with Limited Resources. The RAND Corporation, RM-5561-PR. 1968.
  19. PSPLIB. URL: <http://129.187.106.231/psplib/library.html/>
- References**
1. Gelrud Ya.D. Modeli i metody upravleniya proektami v usloviyah riska i neopredelennosti: Monografiya. Chelyabinsk: Izd-vo YURGU, 2006.
  2. Zuhovitskiy S.I., Radchik I.A. Matematicheskie metody setevogo planirovaniya. M.: Nauka, 1965.
  3. Korenblum B.I., Ribalskiy V.I., Hacey B.I. Ob odnoy ekstremalnoy zadache, svyazannoy s setevim grafikom proekta // Tezisi novosibirskoy konferencii, 1965.
  4. Kelley J. Kalendaroe planirovanie. Sb. Ekonomicheskie modeli v upravlenii proizvodstvom. M., 1967.
  5. Mnogourovnevaya model upravleniya proektami so stohasticheskimi parametrami / S.M. Lyubkin [et al.]. M.: VINITI. 1999. № 6. P. 34–38.
  6. Matematicheskie osnovi upravleniya proektami: Ucheb. posobie / S.A. Barkalov [et al.] // Pod red. V.N. Burkova. M.: Visschaya shkola, 2005.
  7. Sadovskiy V.I. Algoritm operativnogo planirovaniya s ispolzovaniem mnogocelevih setevih grafikov v usloviyah organizatsionnih resursov («kalibrovka») // Vichislitel'naya i organizatsionnaya tehnika v stroitel'stve. Vip. 5. Giprotis, 1965.
  8. Skridlov N.V. Avtomatizirovannye sistemi operativnogo upravleniya v stroitel'stve. M.: Stroiizdat, 1974.
  9. Alvarez-Valdés R., Tamarit J.M. The Project Scheduling Polyhedron: Dimension, Facts and Lifting Theorems // European Journal of Operational Research. 1993. № 67. P. 204–220.
  10. Blazewicz J., Lenstra J., Rinnoo K.A. Scheduling subject to resource constraints: Classification and complexity // Discrete Applied Mathematics. 1983. № 5. P. 11–24.
  11. Boctor F.F. Some efficient multi-heuristic procedures for resource-constrained project scheduling // European Journal of Operational Research. 1990. № 49. P. 3–13.
  12. Hartmann S., Kolisch R. Experimental evaluation of state-of-the-art heuristics for resource constrained project scheduling // European Journal for Operational Research. 2000. Vol. 127. № 2. P. 394–407.
  13. Kaplan L.A. Resource-Constrained Project Scheduling with Preemption of Jobs // Unpublished Ph.D. Thesis. University of Michigan. 1988.
  14. Kolisch R., Sprecher A., Drexel A. Characterization and Generation of a General Class of Resource-Constrained Project Scheduling Problems // Manuskripte aus den Instituten für Betriebswirtschaftslehre der Universität. Kiel. 1992. № 301.
  15. Kolisch R., Sprecher A. PSPLIB — A project scheduling library // European Journal of Operational Research. 1996. Vol. 96. P. 205–216.
  16. Kolisch R., Sprecher A., Drexel A. Characterization and generation of a general class of resource-constrained project scheduling problems // Management Science. 1995. № 41. P. 1693–1703.
  17. Lawrence S. Resource constrained project scheduling: A computational comparison of heuristic scheduling techniques. Technical report. Graduate School of industrial administration. Pittsburg: Carnegie-Mellon University, 1985.
  18. Pritsker A.A.B., Watters L.J. A Zero-One Programming Approach to Scheduling with Limited Resources. The RAND Corporation, RM-5561-PR. 1968.
  19. PSPLIB. URL: <http://129.187.106.231/psplib/library.html/>