

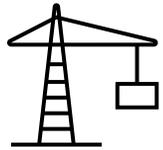
Центр развития компетенций в управлении проектами
ВШБ НИУ ВШЭ

Модели управления проектами

Игорь Николаевич Царьков
к.э.н., доцент ВШБ НИУ ВШЭ, СРМА(IPMA)
itsarkov@hse.ru

2022

Организация выполнения работ



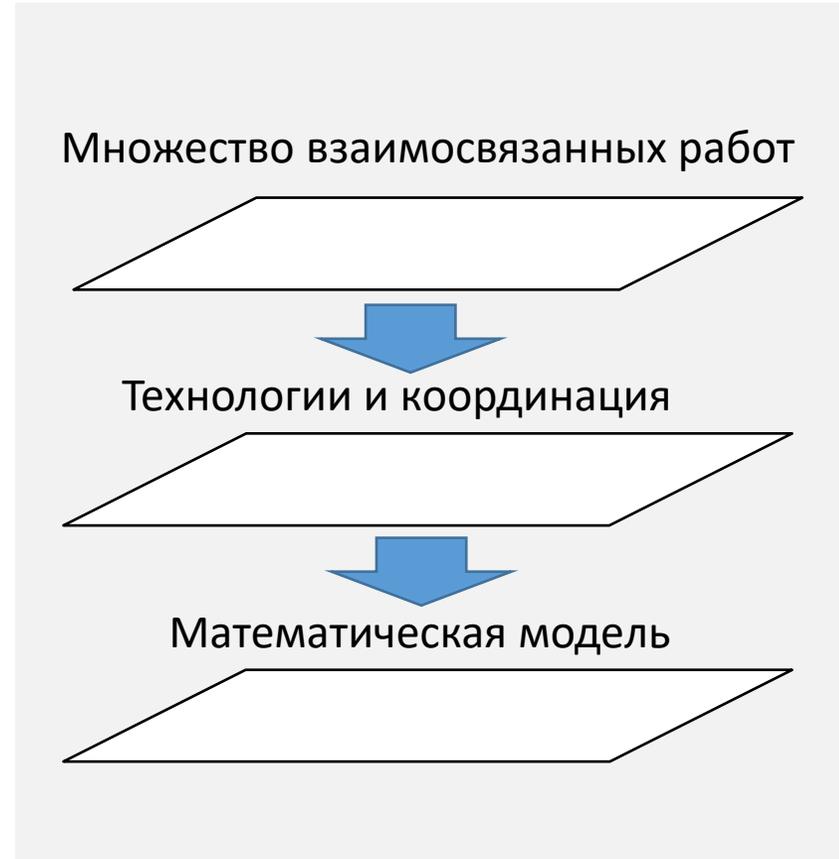
Строительство
объекта



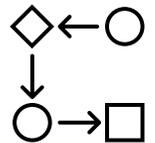
Организация
мероприятий



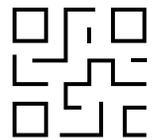
Создание и вывод
на рынок нового
продукта



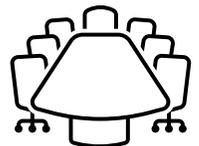
Реинжиниринг бизнес-
процессов



Написание
программного кода



Консалтинговые
проекты



Возможности математических моделей

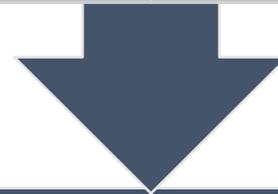
Ключевые задачи

Формализация

Визуализация

Анализ

Оптимизация



Решаемые проблемы

Сократить время
на
планирование

Сократить
количество
ошибок

Просчитать
возможности

Формирование
расписаний в
автоматическом
режиме

Управление
сроками и
стоимостью
проекта

Определять
узкие места и
расставлять
резервы

Оптимизировать
сроки, стоимость
и количество
используемых
ресурсов

Цели и задачи курса

1. Формирование комплекса знаний о современных моделях в области управления расписанием проекта
2. Освоение ключевых моделей и технологий в области управления расписанием проекта с целью их практического использования
3. Получение знаний, необходимых для моделирования проекта, в т.ч. с использованием программных средств, которые обеспечат возможность проведения глубокого анализа проекта
4. Получение необходимых компетенций для сертификации PMP по разделу «Управление сроками проекта»
5. Подготовка к использованию перспективных и будущих средств автоматизации управления проектами

Содержание курса



1. [Основы проектного моделирования](#)
2. [Линейные и сетевые модели](#)
3. [Метод критического пути \(CPM\)](#)
4. [Обобщенный CPM](#)
5. [Временной анализ проекта в условиях неопределенности \(PERT, GERT\)](#)
6. [Метод критической цепи \(CCS\)](#)
7. [Управление проектами с ограниченными ресурсами](#)
8. [Одновременная оптимизация проекта по времени и стоимости](#)

Итоговый контроль

1. Тест на 80 мин. во 2-й половине последнего занятия.
2. В тесте порядка 30 вопросов, каждый вопрос имеет одинаковый вес, 4 возможных ответа. Верным может быть несколько ответов.
3. Тест содержит вопросы, направленные на:
 - Правильное использование терминологии и знание определений ключевых понятий в области управления сроками проекта
 - Выбор правильного метода управления сроками проекта
 - Задачи на применение методов, рассмотренных в курсе.
4. Итоговая оценка получается округлением процента верных ответов умноженных на 10.

Рекомендуемая литература



Царьков И.Н. Математические модели управления проектами: Учебник – М.: ИНФРА-М, 2018. - 514 с. – (Высшее образование: Магистратура)



Грей К.Ф., Ларсон Э.У. Управление проектами. : Дело и Сервис, 2013. 784 с.



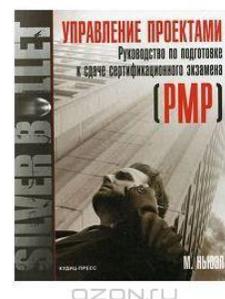
Милошевич Д.З. Набор инструментов для управления проектами. Монография. : ДМК Пресс, 2014. 730 с.



Голдратт Э.М. Критическая цепь. : Попурри, 2013. 240 с.



Лич Л. Вовремя и в рамках бюджета. Управление проектами по методу критической цепи. : Альпина Паблишер, 2014. 360 с.



Ньюэл М.В. Управление проектами для профессионалов. Руководство по подготовке к сдаче сертификационного экзамена. : КУДИЦ-Пресс, 2008. 416 с.

Периодические издания



Российский журнал
управления проектами



International Journal of
Project Management



Управление проектами
и программами

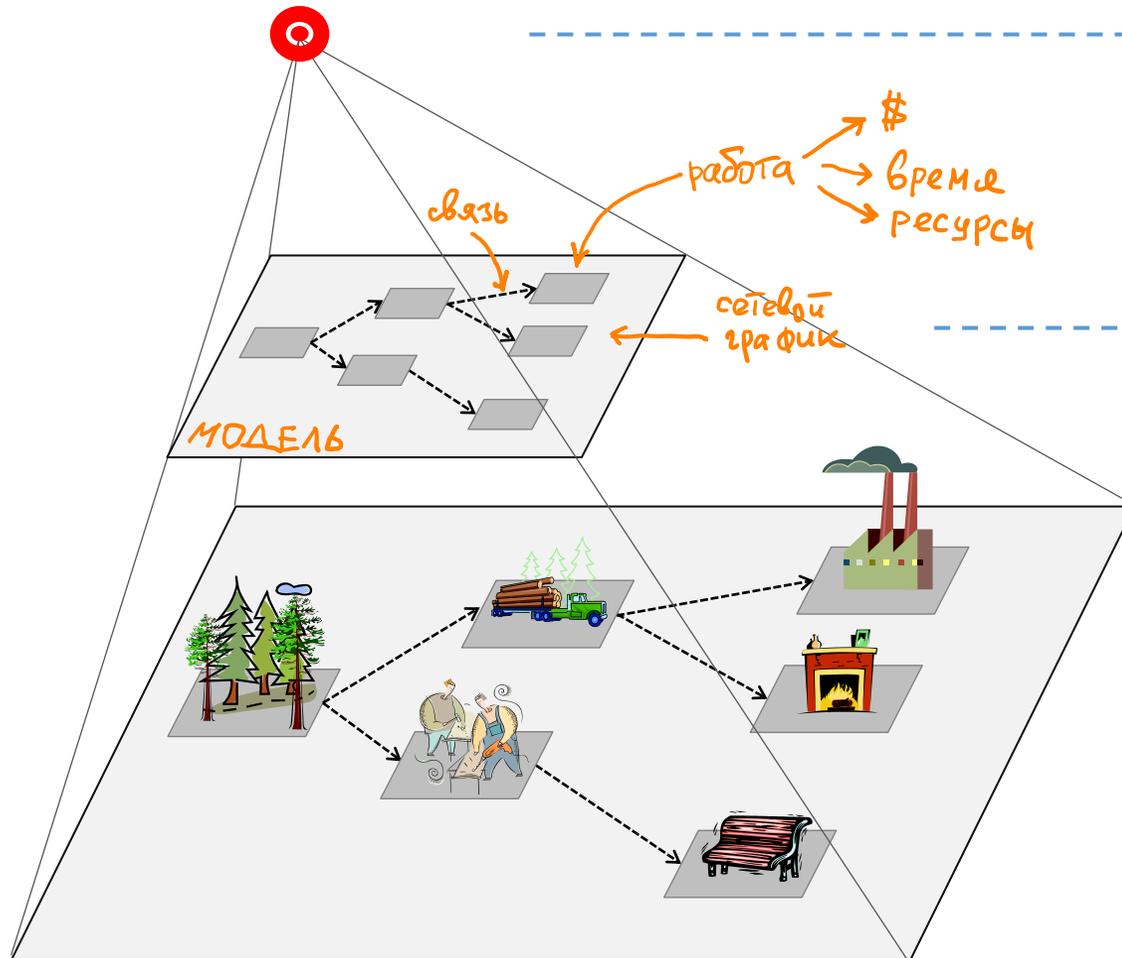


Project Management Journal

1. Основы проектного моделирования

Понятие модели, принципы проектного моделирования, процессная модель управления сроками проекта, классификация моделей управления сроками

Элементы модели расписания проекта



Цели управления проектом (сроки, стоимость, ...)

- Работы и их характеристики
- Взаимосвязи между работами
- Ресурсы (в т.ч. финансовые)

- Виды деятельности
- Реальные процессы
- Отношения между членами команды
- ...

PMI: Practice Standard for Scheduling, 2011

Управление расписанием проекта (project scheduling) - применение умений, навыков, методов и интуиции, приобретенных в результате знаний и опыта для формирования эффективных моделей расписания.

Модель расписания (schedule model) – динамическое представление плана выполнения работ проекта, созданное стейкхолдерами проекта, которое позволит применять выбранный нами метод формирования расписания в программном средстве управления расписанием с использованием специфичных для проекта данных. Модель расписания может использоваться средством составления расписания для формирования различных экземпляров модели расписания.

Экземпляр модели расписания (schedule model instance) – вариант модели расписания, полученный в результате работы средства составления расписания, зависимый от входных данных (лаги, временные ограничения и т.д.) и корректировок вносимых в конкретные данные проекта в инструменте расписания (полный цикл корректировки), который сохраняют для записи и последующего обращения, как, например, версия данных на дату, целевое расписание и базовая модель расписания.

Представление (presentation) – материалы, формируемые для экземпляра модели расписания и используемые для составления отчетов, анализа проекта и принятия решений.

Управление сроками проекта



Диаграмма Ганта

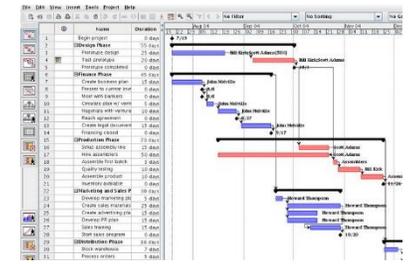
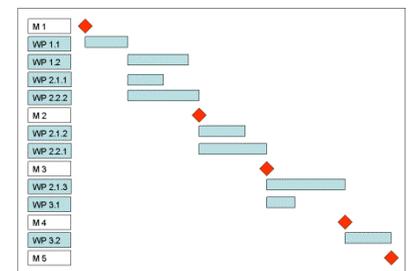


Диаграмма контрольных событий



Классификация моделей

Ограничения\ Возможности	Детерминированные	Стохастическое время	Стохастические (со стохаст. временем)
Предшествование	CPM, PDM	PERT, Fuzzy CPM	GERT, VERT
Бюджет\ Мультирежимность	TCTP (CPM, D-CPM)	PERT-COST	GAAN, SATM
Возобновляемые ресурсы	RCPSP	CCS, Stochastic RCPSP	
Универсальные	MRCPSP, TRTP		

- CPM = Critical Path Method
- PDM = Precedence Diagraming Method
- PERT = Program Evaluation and Review Technique
- GERT = Graphical Evaluation and Review Technique
- RCPSP = Resource Constrained Project Scheduling Problem
- MRCPSP = Multi-mode RCPSP
- TCTP = Time-Cost Trade-Off Problem
- TRTP = Time-Resource Trade-Off Problem
- DTCTP = Discrete TCTP
- D-CPM = Decision CPM
- CC/BM = Critical Chain / Buffer Management
- CCS = Critical Chain Scheduling
- GAAN = Generalized Alternative Activity Network
- VERT = Venture Evaluation and Review Technique

Контрольные вопросы

1. Какие бывают цели управления расписанием проекта?
2. Опишите ключевые процессы разработки расписания проекта.
3. Какая информация необходима для осуществления планирования расписания проекта?
4. В чем разница между моделью расписания и экземпляром модели расписания?
5. Почему определение стоимости работ входит в процессы управления сроками проекта?
6. Какие ограничения учитывают современные модели управления расписанием проекта?
7. Перечислите основные классификационные признаки математических моделей управления проектами?

2. Линейные и сетевые модели

Диаграмма Ганта, диаграмма контрольных событий, циклограмма, сетевая модель, сетевая диаграмма «ребро-работа», сетевая диаграмма «вершина-работа», метод стрелочных диаграмм, метод диаграмм предшествования

Диаграмма Гантта (Gantt chart)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	Выполненная часть работы	Выполненная часть работы	Выполненная часть работы						
B				Планируемая часть работы	Планируемая часть работы	Планируемая часть работы	Планируемая часть работы		
C								Планируемая часть работы	Планируемая часть работы
D			Выполненная часть работы	Планируемая часть работы	Планируемая часть работы	Планируемая часть работы	Планируемая часть работы		



Выполненная часть работы



Планируемая часть работы

Диаграмма Гантта – линейная диаграмма (горизонтальная гистограмма) продолжительности работ, отображающая работы в виде горизонтальных отрезков

Линия баланса и циклограмма

Линия баланса (LOB)

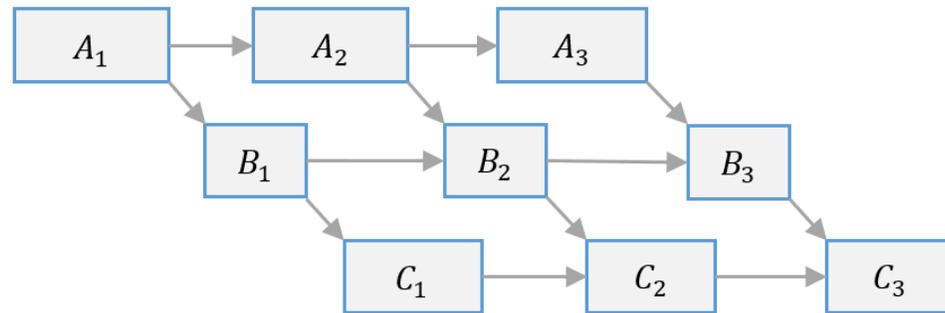
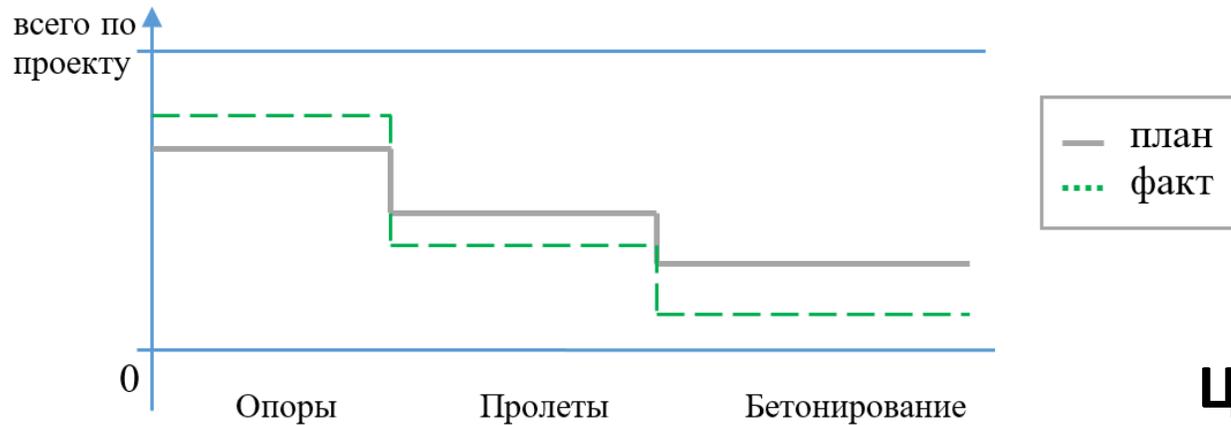
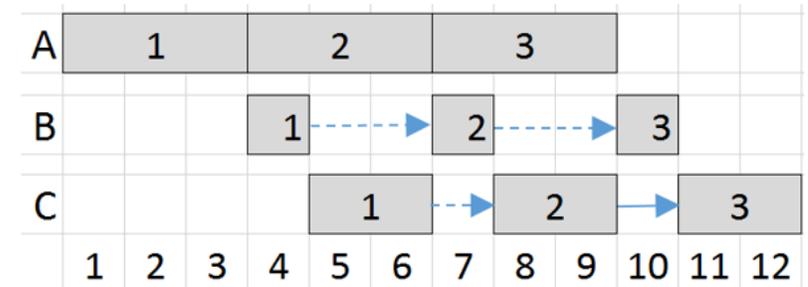
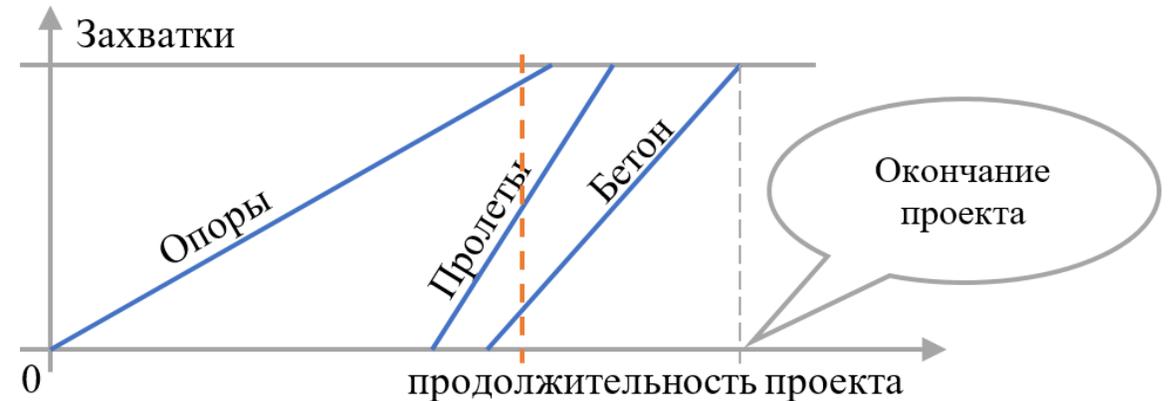


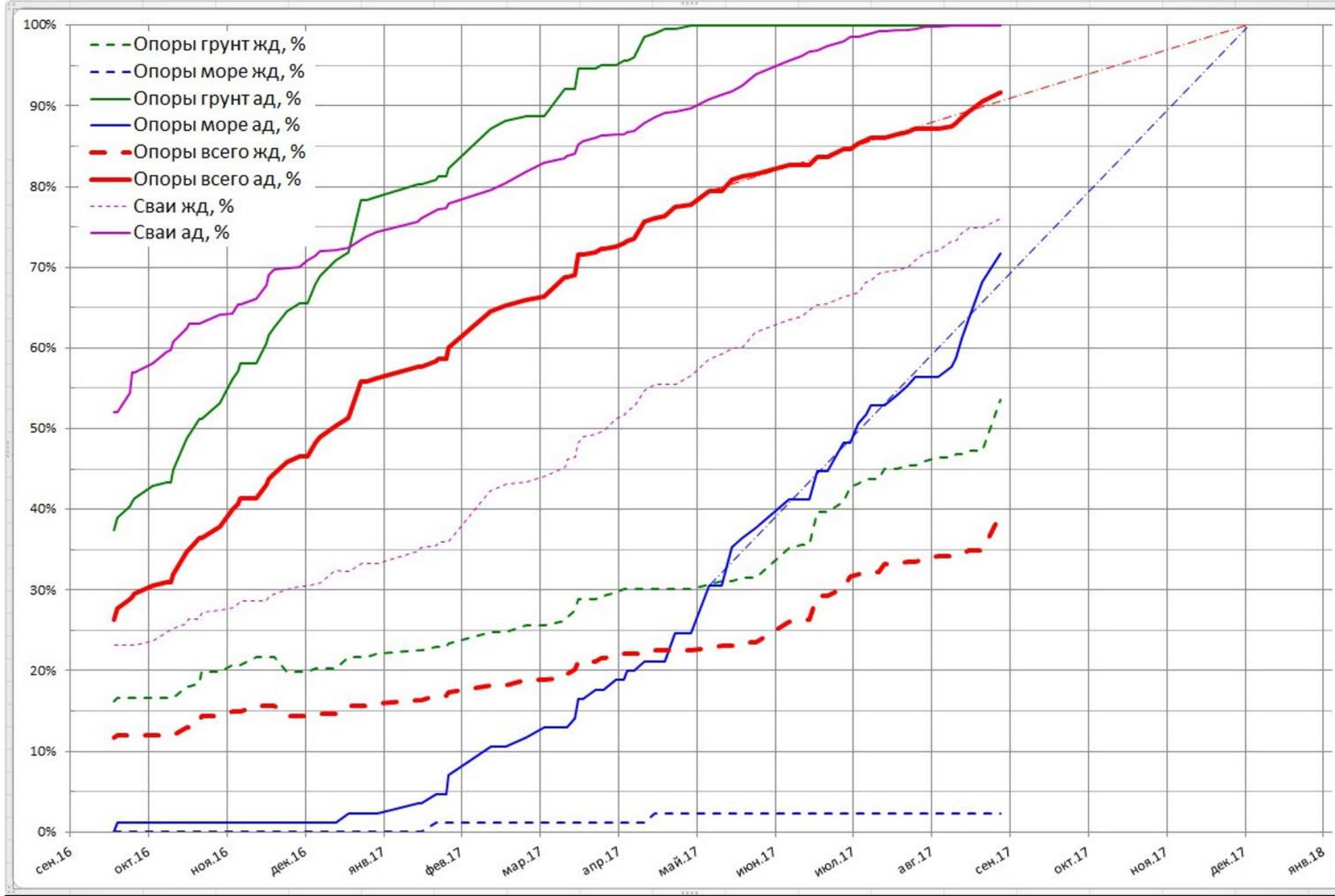
Диаграмма Ганта (раннее расписание)



Циклограмма



Циклограмма: Керченский мост



Сетевая модель (network model)

Сетевая модель – это модель, в которой проект представляется набором взаимосвязанных работ

Простое отношение предшествования

Фраза «Работа А предшествует работе В» означает, что работа В может начаться только после окончания работы А (будем обозначать: $A \rightarrow B$)

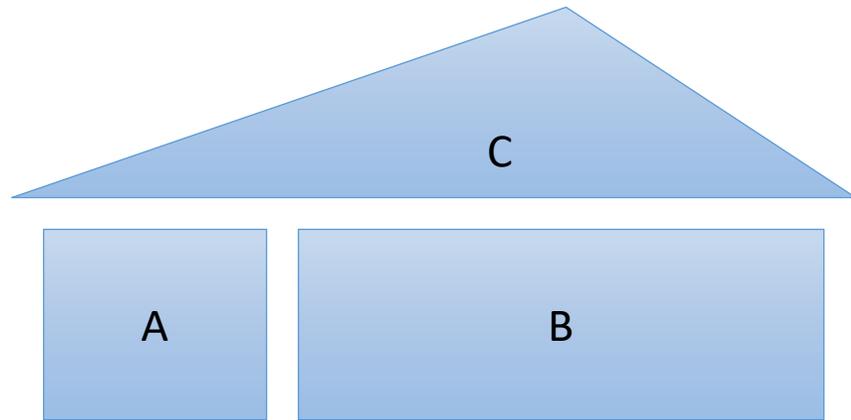
- $S(B) \geq F(A)$
- Транзитивность: $A \rightarrow B, B \rightarrow C \Rightarrow A \rightarrow C$

- ❖ Жесткие связи (жесткая логика) – технологические связи, нарушение которых приводит к изменению содержания проекта.
- ❖ Мягкие связи (мягкая логика) – организационно-технологические связи, нарушение которых не приводит к возникновению новых работ и изменению содержания проекта.
- ❖ Ресурсные связи – вводятся для обеспечения последовательного выполнения работ, если их одновременное выполнение невозможно из-за конфликта ресурсов.

Сетевые диаграммы (network diagrams)

- **Сетевая диаграмма** - это представление сетевой модели с помощью ориентированного графа (орграфа)
- **Граф** – геометрическая фигура, состоящая из конечного или бесконечного множества точек (вершин) и соединяющих эти точки линий (дуги, ребра)
- **Сетевая диаграмма «ребро-работа»** (AoA = Activity on Arrow diagramming, ADM = Arrow Diagramming Method) предполагает изображение работы и взаимосвязей между работами в виде стрелок. В такой модели вершины являются событиями.
- **Сетевая диаграмма «вершина-работа»** (AoN = Activity on Node, PDM = Precedence Diagramming Method) предполагает изображение работы узлами диаграммы, а связи между работами – дугами.

Проект строительства дома



Работы: А – маленькая комната, В – большая комната, С – настил крыши.

Задание: Описать сетевую модель и построить сетевые диаграммы обоих типов

ADM: Сетевая диаграмма «ребро-работа»

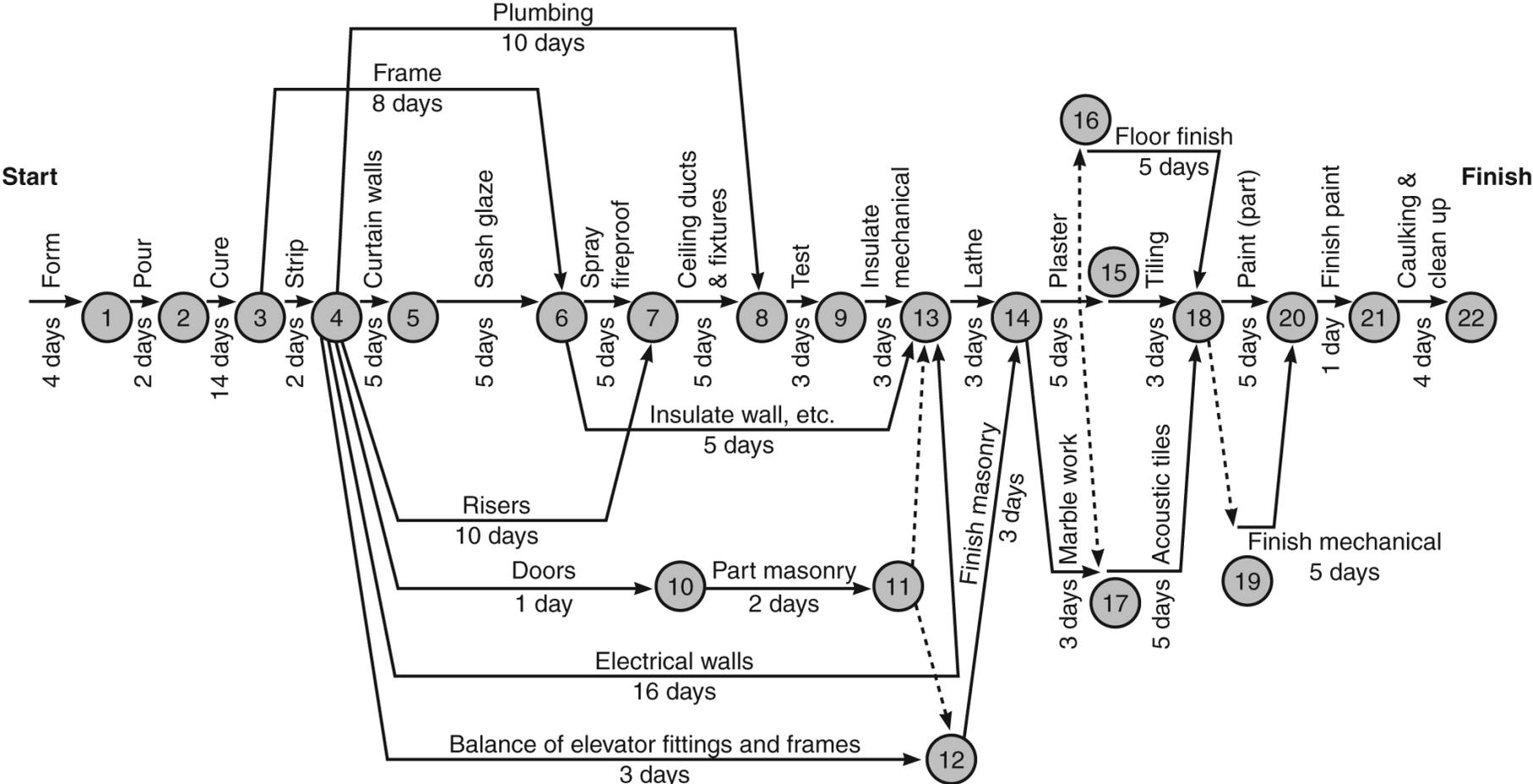
Правила построения

1. Все события проекта должны иметь уникальный номер.
2. Все номера от первого события до последнего должны идти без пропусков.
3. Должно быть ровно одно событие, в которое не входит ни одна стрелка (начальное событие) и ровно одно событие из которого не выходит ни одна стрелка (концевое событие).
4. Любая работа проекта должна идти от события с меньшим номером к событию с большим номером.
5. Не должно существовать двух событий, являющихся начальным и конечным для двух и более работ.

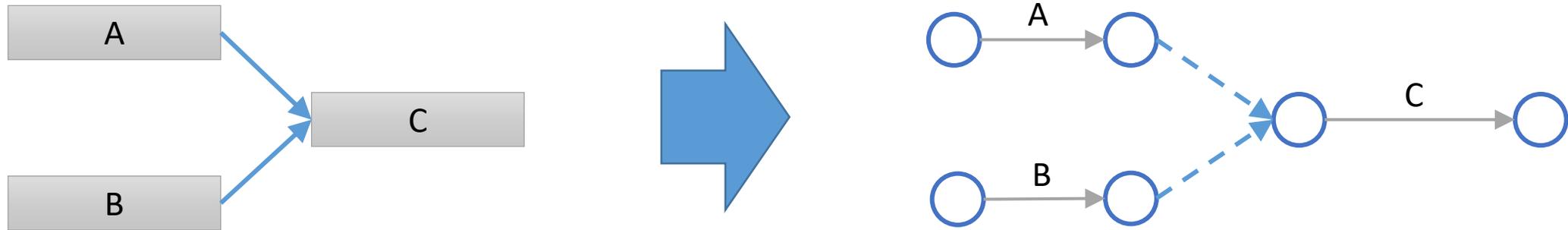
Алгоритм построения

- 1) Отобразить первые работы на диаграмме, выводя их из начального события
- 2) Из всех оставшихся работ (которых еще нет на диаграмме) выбрать такие, для которых все предшественники уже находятся на диаграмме (*слой работ*)
- 3) изобразить каждую работу из нового слоя отдельно друг от друга и от работ остальной части диаграммы;
- 4) соединить поставленные на предыдущем шаге работы слоя с остальной диаграммой отношениями предшествования в виде фиктивных работ;
- 5) перейти к шагу 2, если еще остались работы, не попавшие на диаграмму;
- 6) поставить конечное событие и соединить его фиктивными работами так, чтобы оно осталось единственным событием, не имеющим исходящих работ;
- 7) Оптимизировать вид диаграммы, сокращая лишние фиктивные работы и вершины, а также нумеруя события так, чтобы все стрелки шли от событий с меньшим номером к событиям с большим.

Пример диаграммы «ребро-работа»



Преобразование AoN \rightarrow AoA



1. Заменить все стрелки на пунктирные стрелки
2. Заменить все работы на стрелки с начальным и конечным событиями
3. Упростить диаграмму
4. Обеспечить соблюдение правил построения диаграмм «ребро-работа»

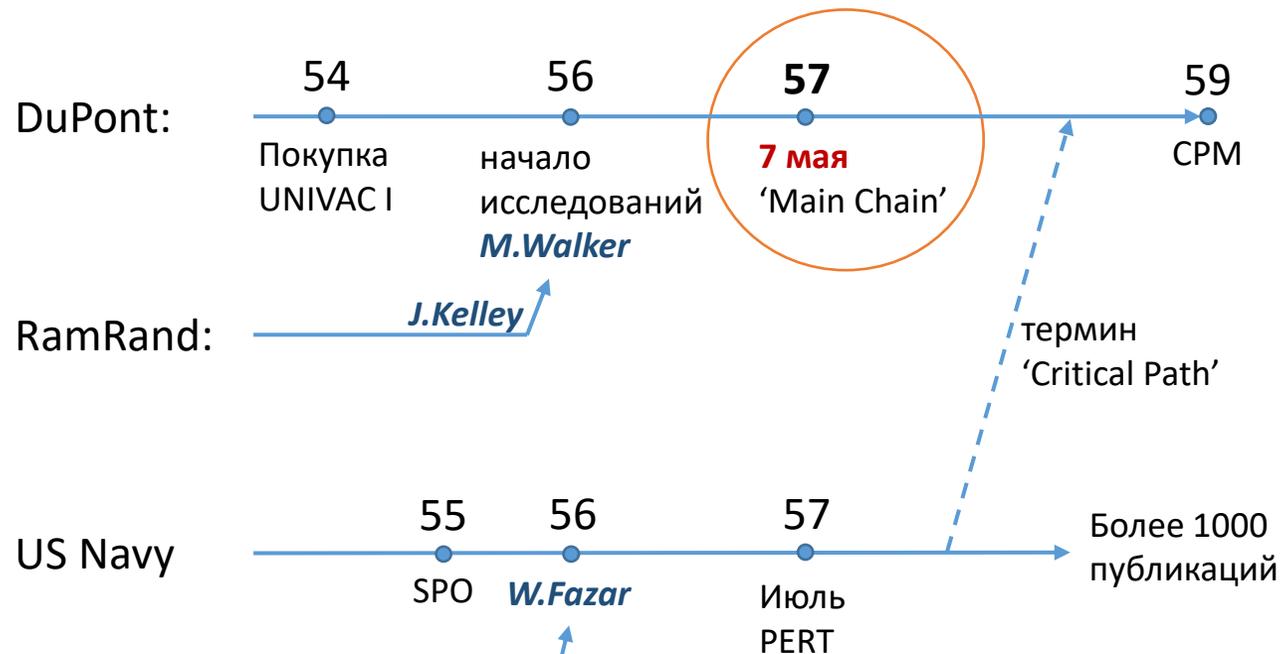
Контрольные вопросы

1. Для чего необходимо использовать сетевые модели?
2. Какие бывают зависимости между работами?
3. Чем отличается сетевая модель от сетевой диаграммы?
4. В чем заключается метод стрелочных диаграмм?
5. В чем заключается метод диаграмм предшествования?
6. Однозначно ли представление проекта диаграммой AoA?
7. Какие диаграммы используются наиболее часто на практике?
По каким причинам?

3. Метод критического пути

Понятие пути, ранние и поздние сроки выполнения, длина пути, полный и свободный резерв

История возникновения СРМ



Booz, Allen
and Hamilton:

- 1958: **B.Roy** (Франция), Metra Potential Method (MPM)
- 1958: **J.Fondahl**, circle-and-connecting-line method of diagramming (будущий PDM)
- 1964: **Moder & Phillips**, рождение терминов AoA и AoN
- 1964: **J.Craig** (IBM), рождение PDM, создание IBM Project Control System (PCS)

Модель и метод критического пути

CPM позволяет ответить на вопросы:

- ❖ Выполнение каких работ следует ускорить для сокращения продолжительности проекта?
- ❖ На каких работах можно сэкономить в случае необходимости?
- ❖ За какое минимальное время можно выполнить проект?
- ❖ Какие работы сегодня больше всего влияют на продолжительность проекта?
- ❖ Как сократить бюджет проекта?

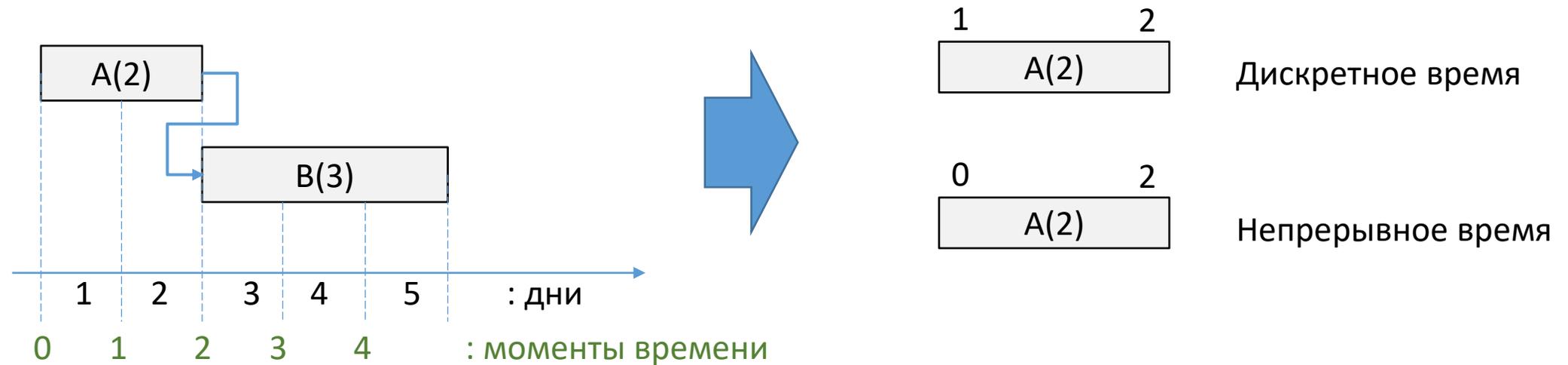
Модель CPM/PERT

1. Проект состоит из некоторого множества заранее определенных работ, которые необходимо выполнить для его успешной реализации
2. В качестве взаимосвязей между работами используется простое отношение предшествования
3. Определены продолжительности всех работ проекта

Алгоритм CPM:

- Расчёт ранних сроков
- Расчёт поздних сроков
- Расчёт резервов
- Определение критического пути

Модели с дискретным и непрерывным временем



- Для того, чтобы из расписания с дискретным временем получить расписание с непрерывным, необходимо из начал каждой работы вычесть единицу
- Для того, чтобы из расписания с непрерывным временем получить расписание с дискретным, необходимо к началу каждой работы прибавить единицу.

Определения и формулы (непрер.время)

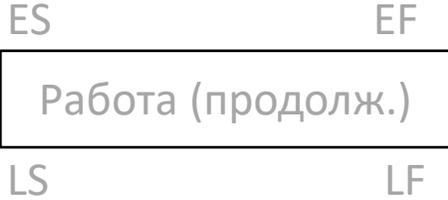
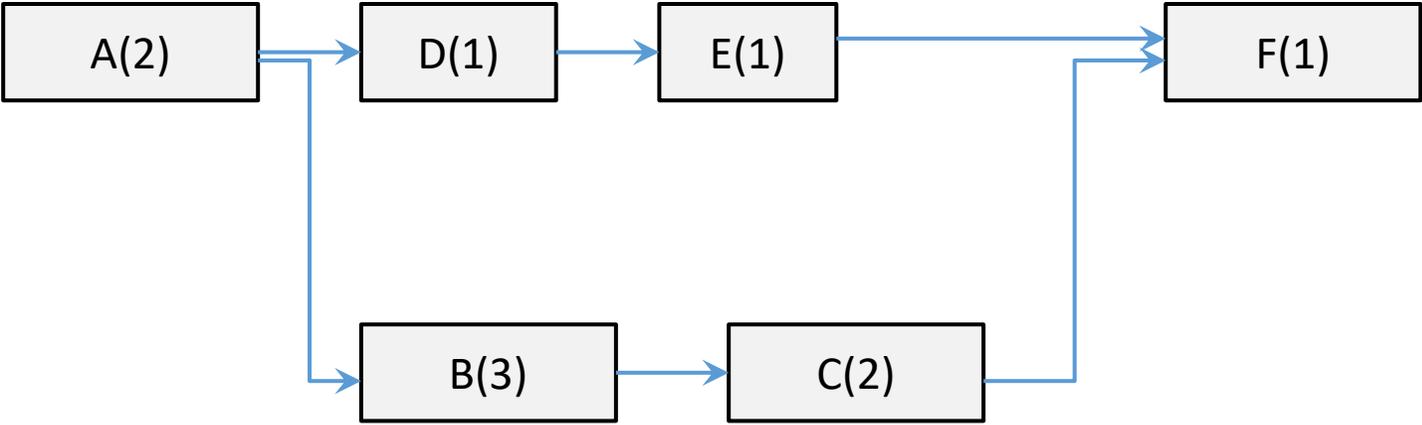
□ Ранние сроки выполнения работ

- минимально возможные даты начал и окончаний работ (ES, EF) без нарушения накладываемых на них ограничений
- все работы выполняются как можно раньше
- $ES_i = \max_{j:j \rightarrow i} \{EF_j\}$, $EF_i = ES_i + D_i$

□ Поздние сроки выполнения работ

- максимально возможные даты начал и окончаний работ (LS, LF) при известной дате окончания проекта и с учетом ограничений
- все работы выполняются как можно позже
- $LF_i = \min_{j:i \rightarrow j} \{LS_j\}$, $LS_i = LF_i - D_i$

Пример расчета ранних и поздних сроков



Продолжительность проекта:

Критический путь:

	A	B	C	D	E	F
SLK						
FSLK						

СРМ: Понятие пути и его характеристики

- **Путь** – последовательность работ проекта, связанных отношениями предшествования.
- **Длина пути** – сумма продолжительностей его работ.
- **Полный путь** – это путь, для которого у первой работы не существует ни одного предшественника, а у последней работы не существует ни одного последователя.
- **Резерв полного пути** – разница между продолжительностью проекта и длиной этого пути.
- **Критический путь** – это путь максимальной длины

Виды резервов для работ

- **Полный (общий)**

на сколько может задержаться работа без увеличения длительности всего проекта

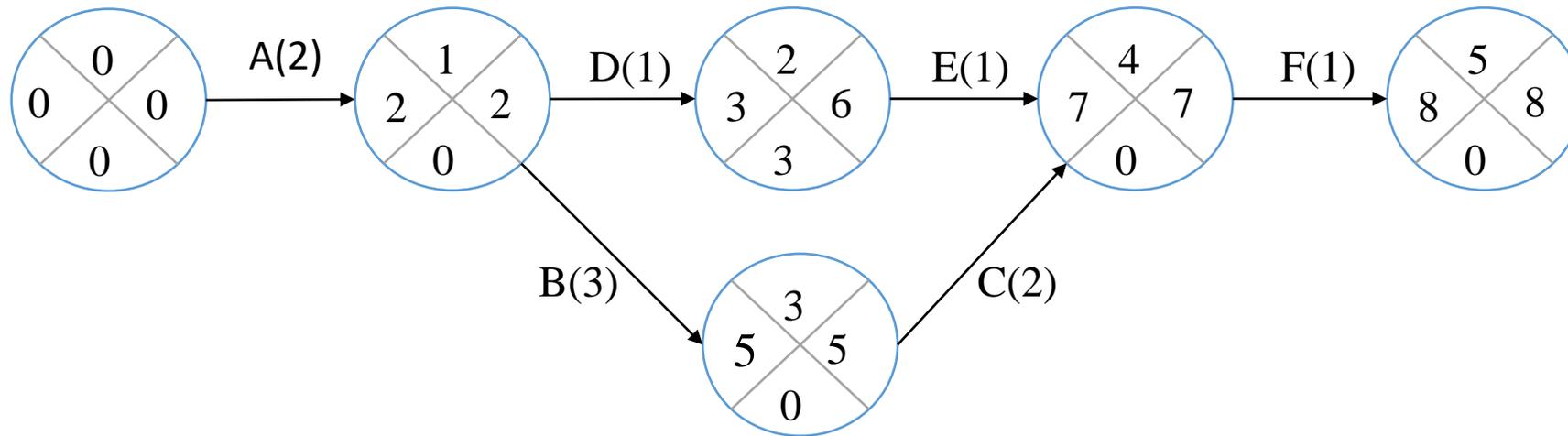
$$SLK_i = LS_i - ES_i = LF_i - EF_i$$

- **Свободный (частный)**

на сколько может задержаться работа без увеличения ранних сроков начал последующих работ

$$FSLK_i = \min_{j:i \rightarrow j} \{ES_j - EF_i\}$$

CPM на диаграммах «ребро-работа»



Обозначения:



ET – ранний срок наступления события
LT – поздний срок наступления события

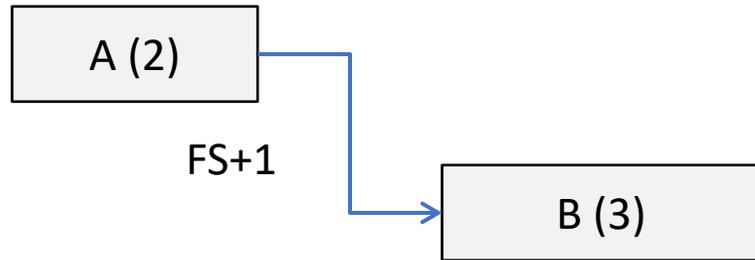
Контрольные вопросы

1. Каковы ограничения применения метода критического пути?
2. В чем заключается цель применения СРМ?
3. Объясните разницу моделей с дискретным и непрерывным временем.
4. Дайте определение критического пути. Обязательно ли критический путь состоит из критических работ?
5. Как определить продолжительность пути?
6. Верно ли, что каждый полный путь, состоящий из критических работ сам будет критическим?
7. Верно ли, что при расходовании свободного резерва работы, резервы всех последующих работ сокращаются?

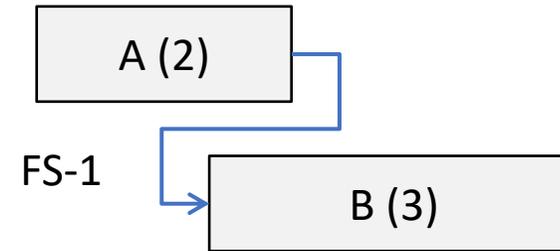
4. Обобщенный СРМ

Понятие обобщенной связи, эквивалентные преобразования обобщенных связей, СРМ с обобщенными связями, виды критичности работ, алгоритм «Маятник»

Отношение предшествования FS+лаг



Работа **B** не может начаться раньше, чем закончится работа **A** и пройдет **d** дней.

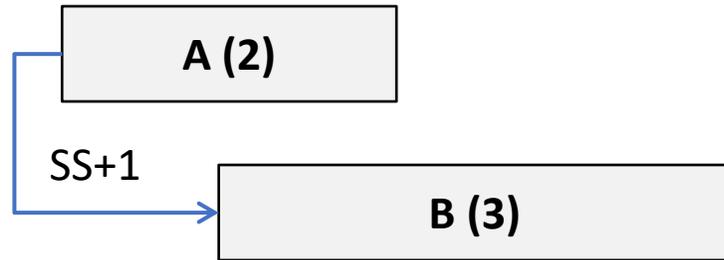


Работа **B** не может начаться раньше, чем за **d** дней до окончания работы **A**

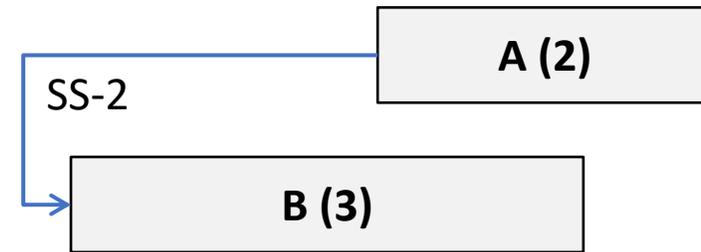
$$S(B) \geq F(A) + d$$

(непрерывное время)

Отношение предшествования SS+лаг



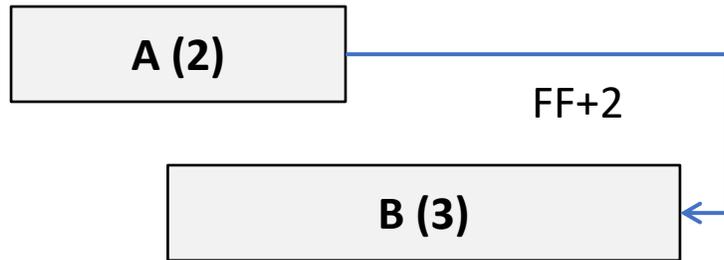
Работа В не может начаться раньше, чем начнется работа А и пройдет d дней.



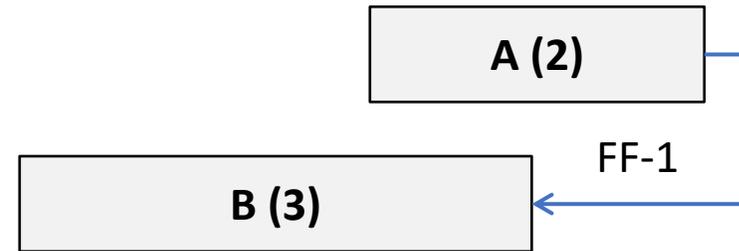
Работа В не может начаться раньше, чем за d дней до начала работы А.

$$S(B) \geq S(A) + d$$

Отношение предшествования FF+лаг



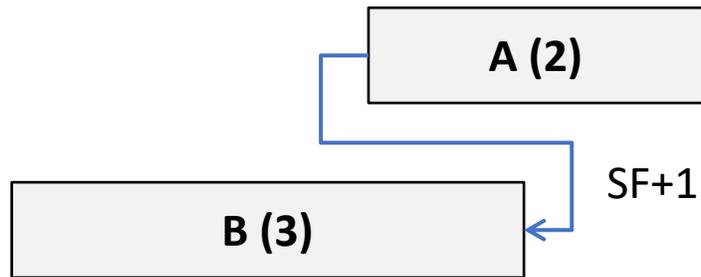
Работа B не может закончиться раньше, чем закончится работа A и пройдет d дней.



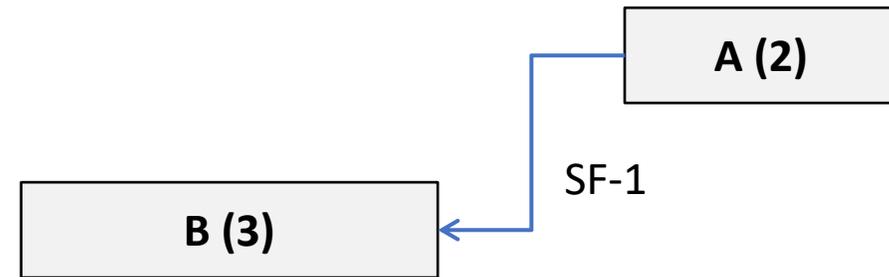
Работа B не может закончиться раньше, чем за d дней до окончания работы A.

$$F(B) \geq F(A) + d$$

Отношение предшествования SF+лаг



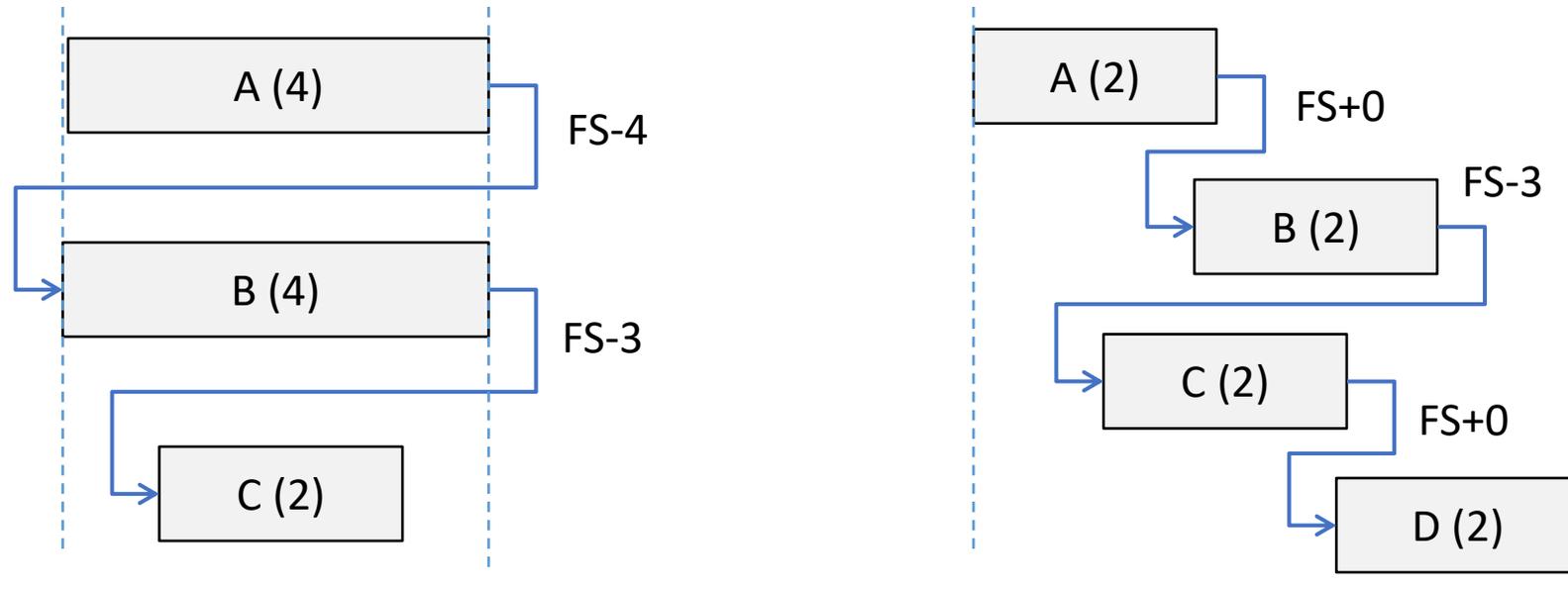
Работа В не может закончиться раньше, чем начнется работа А и пройдет d дней.



Работа В не может закончиться раньше, чем за d дней до начала работы А.

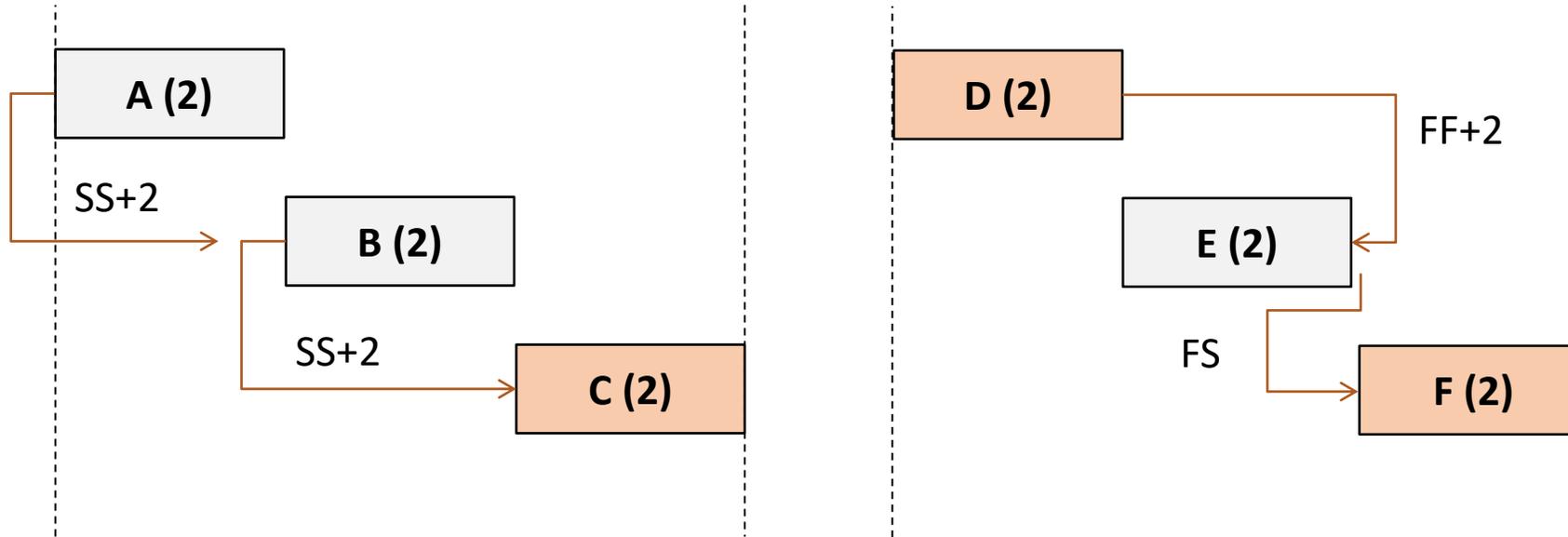
$$F(B) \geq S(A) + d$$

Определение критического пути



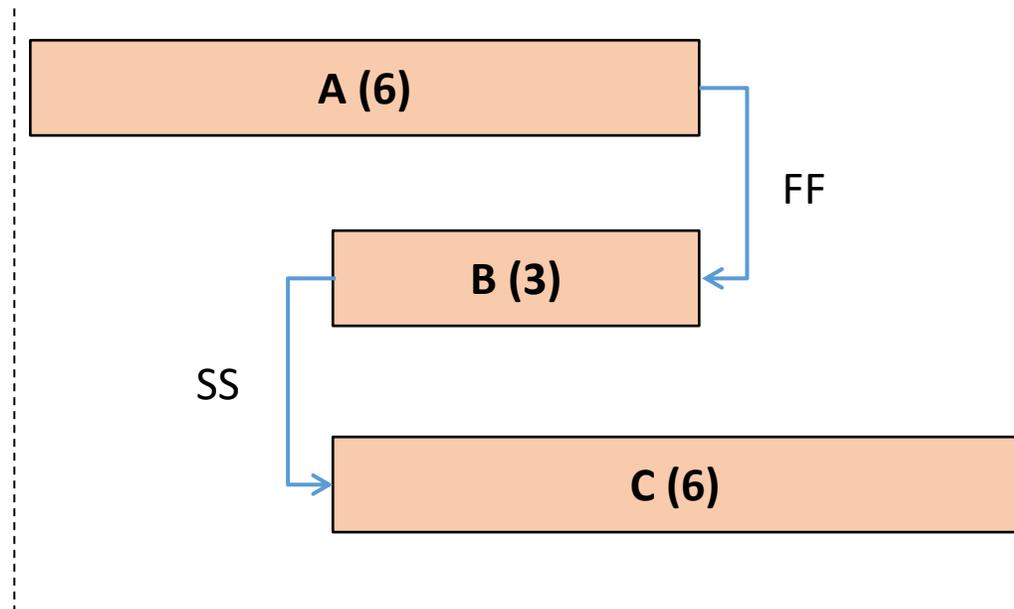
Возможное определение: критический путь – минимальная часть пути, имеющая самую большую продолжительность в проекте

Виды критичности работы



- Работы A и B – работы с критическим началом
- Работа E – работа с критическим окончанием

Антикритические работы

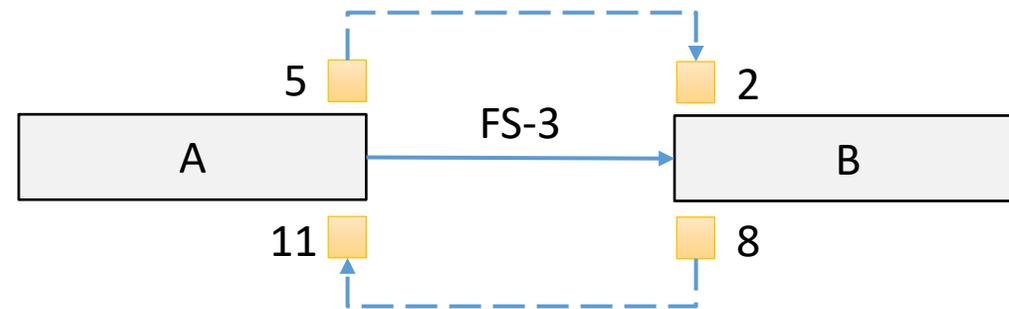


A, C – нормальные критические работы
B – антикритическая работа

При уменьшении продолжительности работы B, продолжительность проекта возрастает, а при увеличении, наоборот, сокращается.

**Существуют еще более сложные случаи, когда при любом изменении продолжительности работы (как в сторону увеличения, так и уменьшения) происходит увеличение продолжительности проекта*

Правила расчета сети (непрерывное время)



Расчет ранних сроков (осуществляется всегда **по** направлению стрелки):

$$\text{EST/EFT(A): } 5 \quad + \text{ Лаг: } -3 \quad = \text{EST/EFT(B): } 2 \quad 2 = 5 + (-3)$$

Расчет поздних сроков (всегда осуществляется **против** направления стрелки):

$$\text{EST/EFT(B): } 8 \quad - \text{ Лаг: } -3 \quad = \text{EST/EFT(A): } 11 \quad 11 = 8 - (-3)$$

Связи «не позже, чем» ($FS^{\max} + \text{лаг}$)

Работа А может начаться не позже, чем через 1 день после окончания работы В



Замена на эквивалентную связь «не ранее, чем»: работа В может закончиться не ранее, чем за 1 день до начала работы А



Для преобразования связи «не позже, чем» в связь «не ранее, чем» необходимо:

- а) изменить местами буквы в обозначении связи (и направить стрелку в противоположную сторону)
- б) изменить знак у лага

С математической точки зрения:

$$S(A) \leq F(B) + d$$

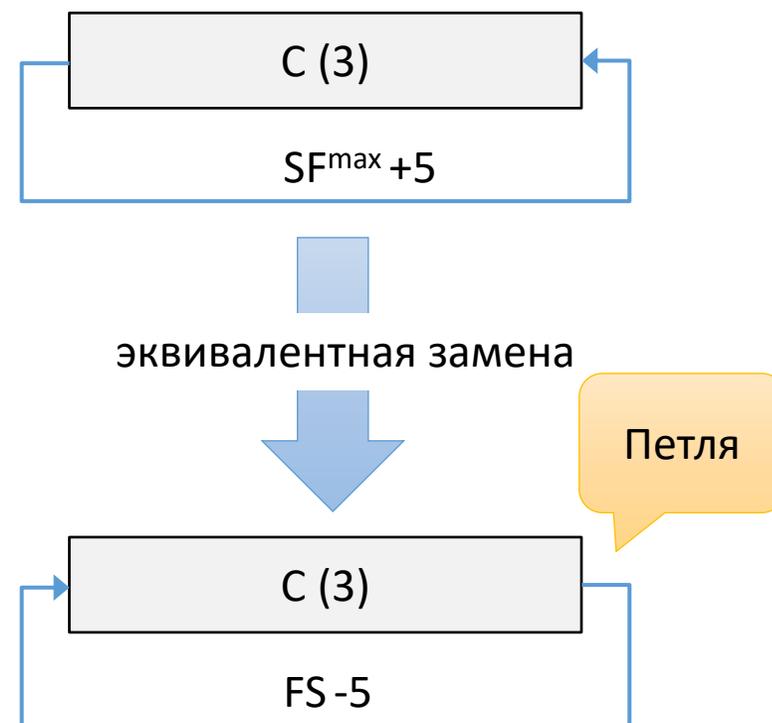
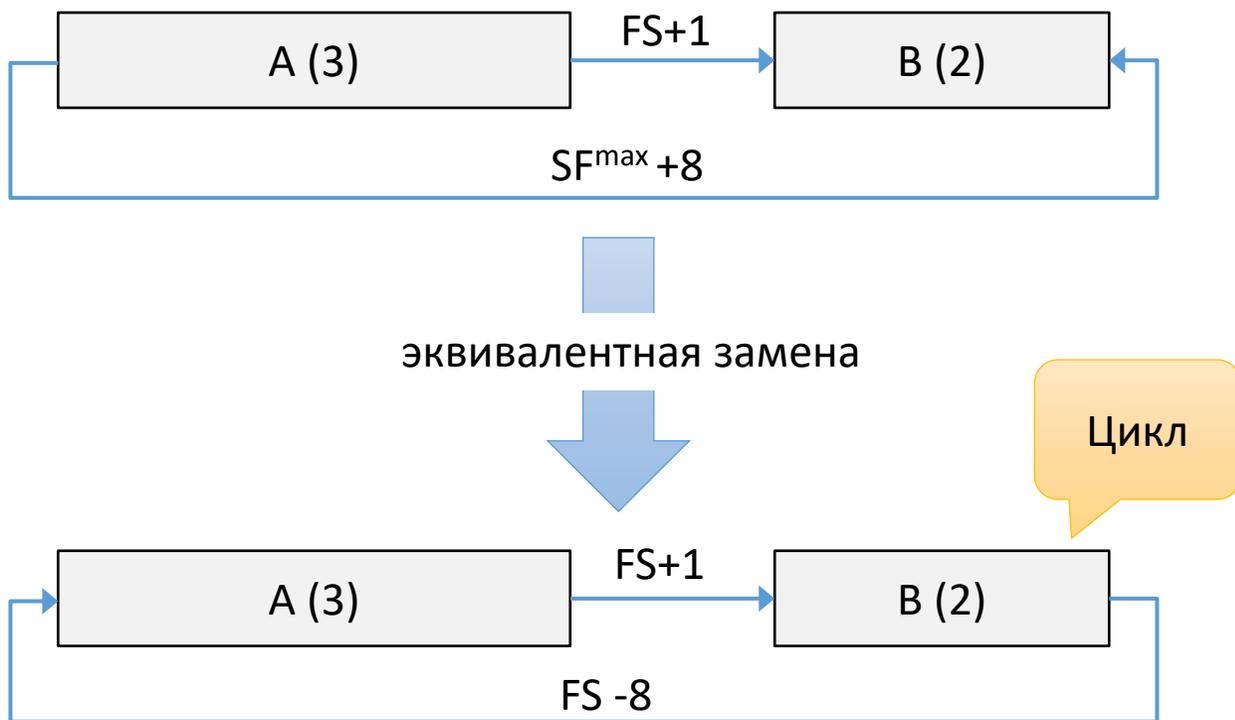


эквивалентные
неравенства



$$F(B) \geq S(A) - d$$

Циклы и петли



**Для того, чтобы цикл имел смысл, необходимо, чтобы его длина была неположительной*

Алгоритм «Маятник» расчёта сетей с циклами

Расчёт ранних сроков:

- 1) Необходимо пометить связи (произвольно), разрыв которых приведет к исчезновению всех циклов. Будем называть такие связи обратными, а остальные прямыми.
- 2) Осуществляем расчёт ранних сроков выполнения работ в проекте, учитывая при этом только прямые связи.
- 3) Осуществляем расчёт ранних сроков выполнения работ в проекте, учитывая при этом только обратные связи.
- 4) Если на предыдущем шаге изменились ранние сроки работ (увеличились), то перейти ко 2-му шагу.

Расчёт поздних сроков выполняется аналогично.

Необходимое и достаточное условие существования допустимого расписания: отсутствие циклов положительной длины.

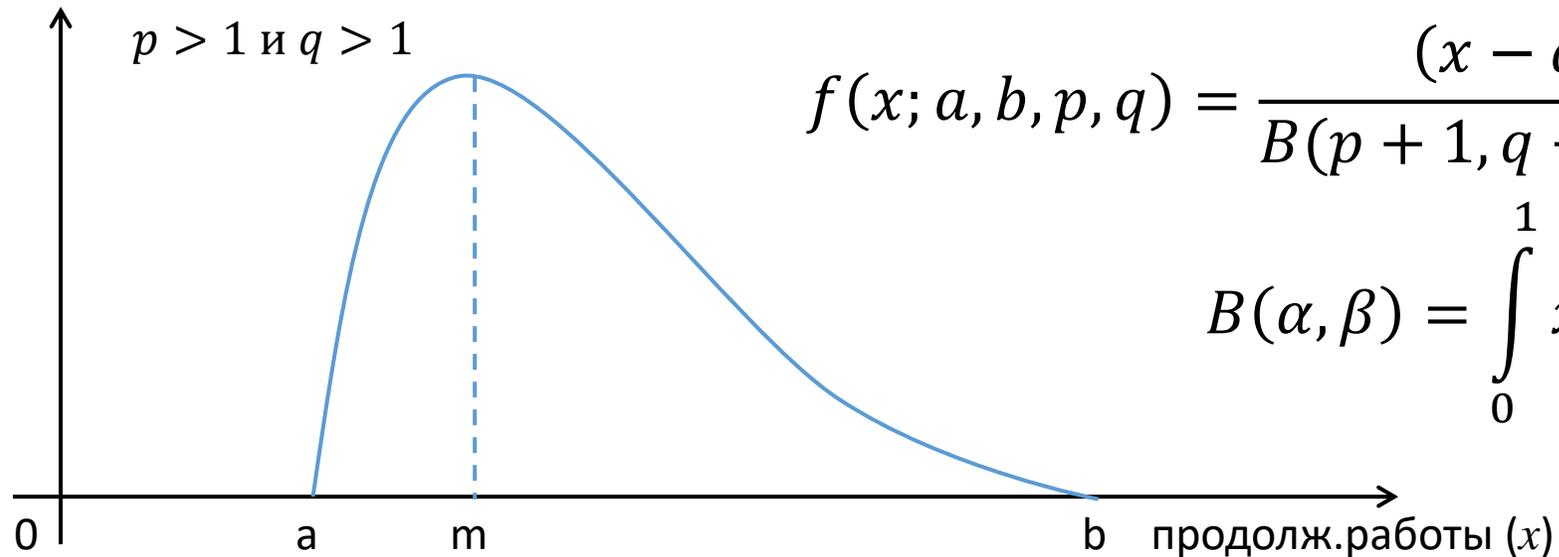
Контрольные вопросы

1. Что такое обобщенное отношение предшествования?
2. Можно ли без увеличения продолжительности проекта задержать выполнение работы с критическим стартом?
3. Можно ли увеличить продолжительность работы с критическим финишем без увеличения продолжительности проекта: а) на этапе планирования; б) на этапе выполнения работы?
4. Приведите пример использования связи начало-окончание (SF)
5. В каких случаях имеет смысл вводить циклы в сети?
6. Сформулируйте основные правила расчета ранних и поздних сроков выполнения работ проекта.

5. Временной анализ проекта в условиях неопределенности

Оценка продолжительности работ проекта, использование СРМ, расчёт среднего продолжительности проекта и СКО, анализ расписания, недостатки PERT, метод Монте-Карло, GERT

Бета-распределение продолжительности работы проекта



$$f(x; a, b, p, q) = \frac{(x - a)^p (b - x)^q}{B(p + 1, q + 1)(b - a)^{p+q+1}}$$
$$B(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1} (1 - x)^{\beta-1} dx$$

- a – оптимистическая оценка продолжительности
- m – наиболее вероятное значение
- b – пессимистическая оценка

Математическое ожидание и дисперсия продолжительности работы

- Оценка продолжительности работы по 3-м точкам:

$$\mu_i = \frac{a_i + 4m_i + b_i}{6}, \quad \sigma_i^2 = \left(\frac{b_i - a_i}{6} \right)^2$$

- Упрощенный расчет продолжительности и дисперсии i :

$$\mu_i = \frac{2a_i + 3b_i}{5}, \quad \sigma_i^2 = \left(\frac{b_i - a_i}{5} \right)^2$$

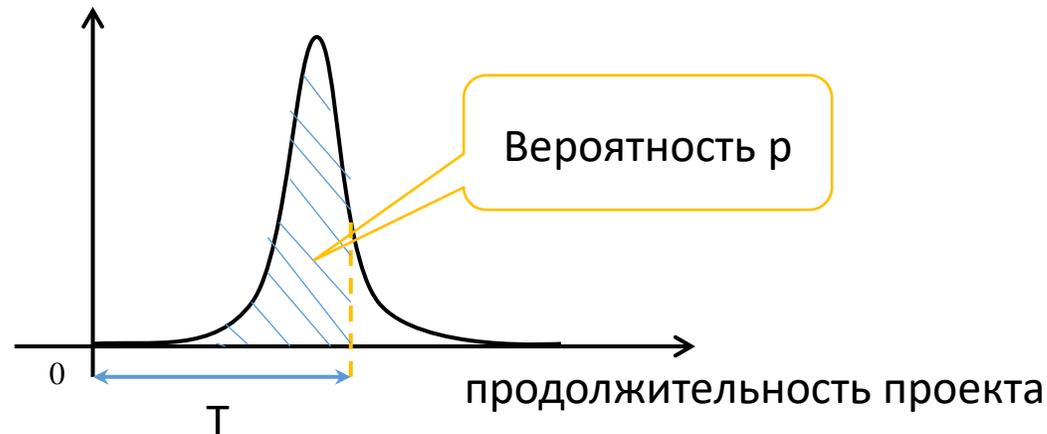
- Средняя длина пути – сумма средних длин работ, входящих в путь
- Дисперсия пути – сумма дисперсий работ пути

Особенности оценок. Пример

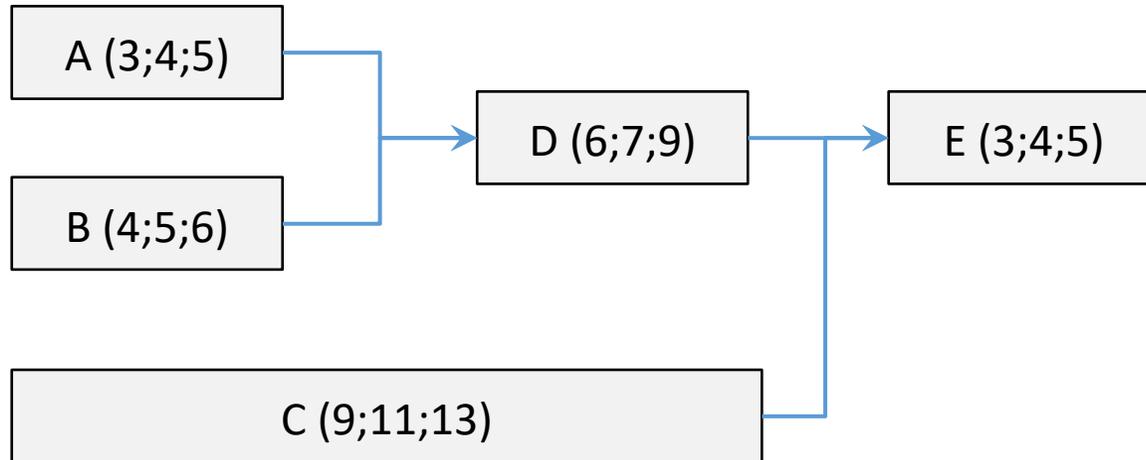
Оценка продолжительности	A	B	C
Оптимистическая	4	5	5
Пессимистическая	8	9	7
Наиболее вероятная	6	5,5	6
Средняя продолжительность (μ)			
СКО (σ)			
Дисперсия (σ^2)			

Анализ продолжительности проекта

1. Нахождение вероятности того, что проект закончится за время T
 - Функция MS Excel НОРМРАСП(T ; μ ; σ ; ИСТИНА)
2. Определение времени T за которое закончится проект с заданной вероятностью p
 - Функция MS Excel НОРМОБР(p ; μ ; σ ; ИСТИНА)



PERT. Пример.



Работа	A	B	C	D	E
Средняя продолжительность (μ)	4,00	5,00	11,00	7,17	4,00
Среднеквадратическое отклонение (σ)	0,33	0,33	0,67	0,50	0,33
Дисперсия (σ^2)	0,11	0,11	0,44	0,25	0,11

Критический путь:

Средняя продолжительность:

Дисперсия:

СКО:

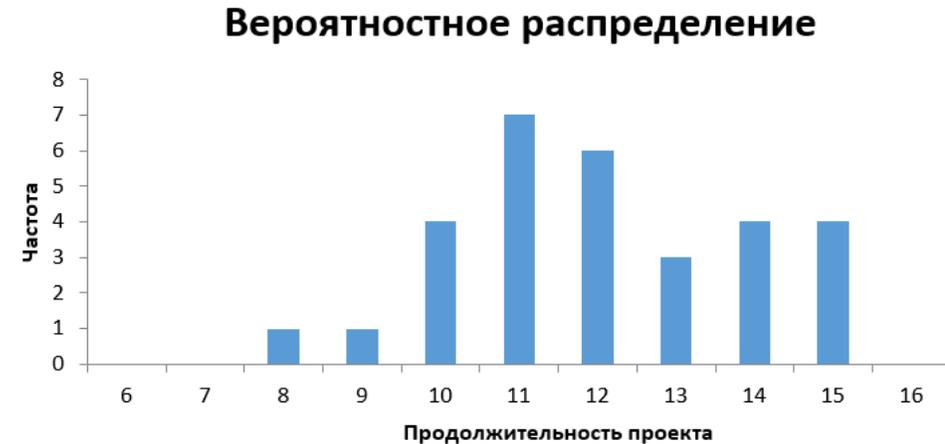
Вероятность завершения за м.о.:

Ограничения и недостатки PERT

- Трудности получения нескольких оценок продолжительности работ
- Бета распределение случайной величины
- Количество критических работ должно быть не менее 30
- Некритические работы с большой дисперсией могут стать критическими в процессе выполнения
- Систематическая недооценка продолжительности проекта

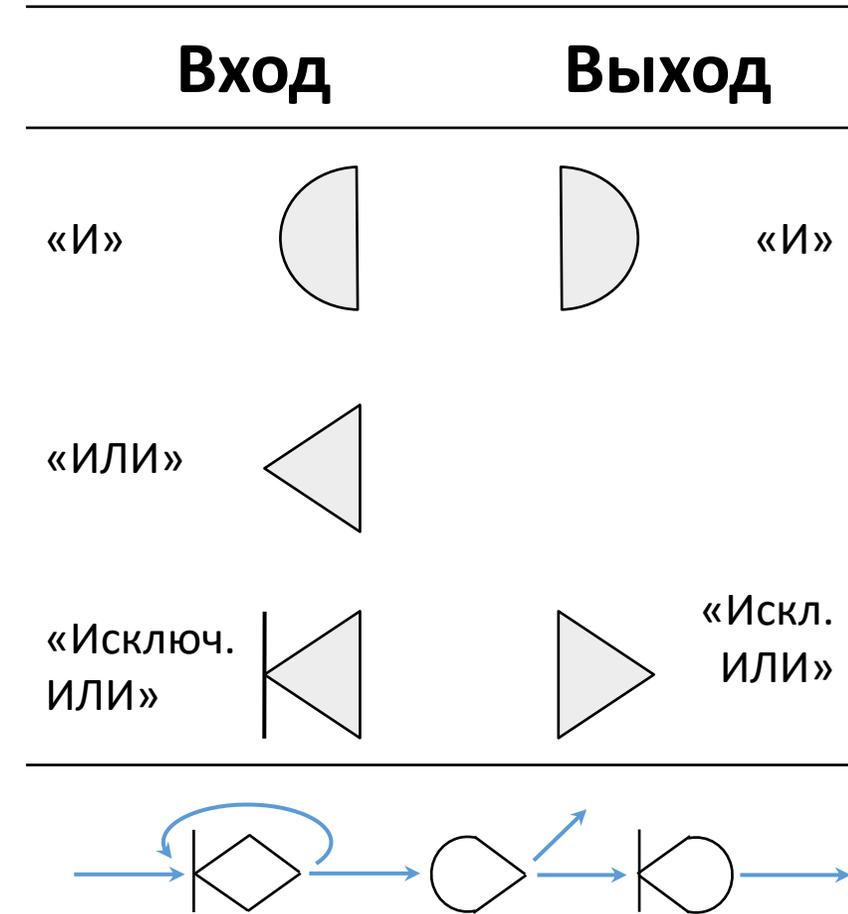
Метод Монте-Карло в PERT сетях

1. Определяются параметры распределения продолжительности каждой работы проекта
2. Для каждой работы проекта определяется случайная продолжительность с помощью датчика (псевдо)случайных чисел
3. Применяется СРМ и определяется продолжительность проекта. Результат сохраняется
4. Шаги 2-3 повторяются много раз (100, ...)
5. На основе полученной статистики определяется распределение продолжительности проекта



Стохастические сети (stochastic networks)

1962, Howard Eisner	Decision box planning and scheduling
1964, Salah Elmaghraby	GAN (Generalized Activity Network), алгебра, типы событий
1966, Alan Pritsker	GERT , Graphical Evaluation and Review Technique
1973, Дмитрий Голенко-Гинзбург	CAAN, Controlled alternative activity networks
1979, Alan Pritsker	Q-GERT, имитационное моделирование
1981, Moeller, Digman	VERT, Venture Evaluation and Review Technique
1997, Дмитрий Голенко-Гинзбург	GAAN, Generalized Alternative Activity Network
2000, Яков Гельруд	ЦАСМ, Циклические альтернативные сетевые модели



Контрольные вопросы

1. Какое вероятностное распределение используется для описания продолжительности работы проекта?
2. Какую информацию необходимо получить для применения метода PERT? Какие здесь могут возникнуть проблемы?
3. В чем заключается метод PERT. Какую информацию PERT может предоставить менеджеру проекта?
4. Как связан PERT и метод критического пути? В чем заключаются недостатки метода PERT?
5. В чем заключается метод Монте-Карло? Какую информацию он может предоставить менеджеру проекта?
6. Какие требования к проекту предъявляет PERT?
7. Какие проекты требуют применения стохастических моделей?
8. Возможны ли циклы в модели GERT? Если да, то какой они имеют смысл?

6. Метод критической цепи

Теория ограничений, буферы, критическая цепь, управление буферами, область применения и недостатки CCS

Теория ограничений Э. Голдратта (ТОС, Theory of Constraints)

1. Определение ограничений системы
2. Обеспечение максимально-эффективного использования ограничения
3. Другие элементы системы должны работать так, чтобы обеспечить максимальную производительность главного ограничения
4. Сокращение ограничений
5. Перейти к шагу 1 и не позволять инерции стать системным ограничением

Проблемы СРМ/PERT

- **Закон Паркинсона:** Выполнение работ затягивается так, чтобы занять все доступное время
- **Студенческий синдром:** Люди работают в полную силу только перед окончанием отведенного срока
- **Закон Мерфи:** что может пойти не так – пойдет не так
- **Вред многозадачности:** Одновременное выполнение нескольких задач приводит к задержке выполнения последующих

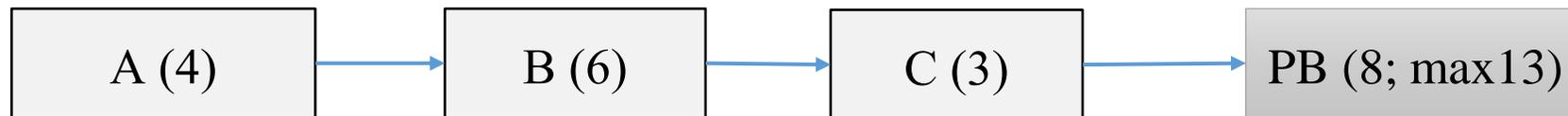
Критическая цепь (critical chain)

- - это самая длинная цепь зависимых событий (задач)

Ставьте буферы там, где они нужны:

- **Буфер проекта** (Project Buffer) – половина длительности критической цепи
- **Питающий буфер** (Feeding Buffer) - половине цепочек, составленных из некритических работ, вливающих в критическую цепь
- **Ресурсный буфер** (Resource Buffer)

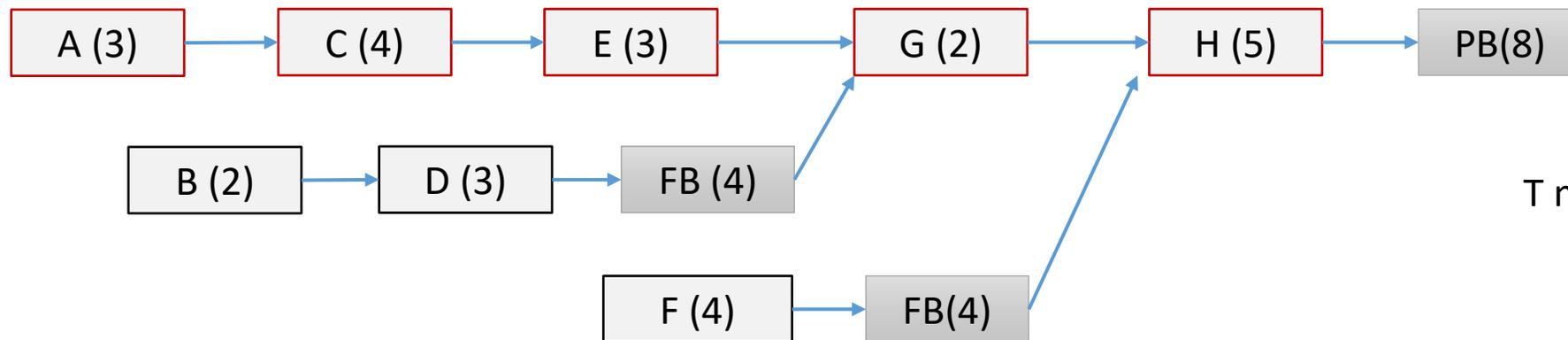
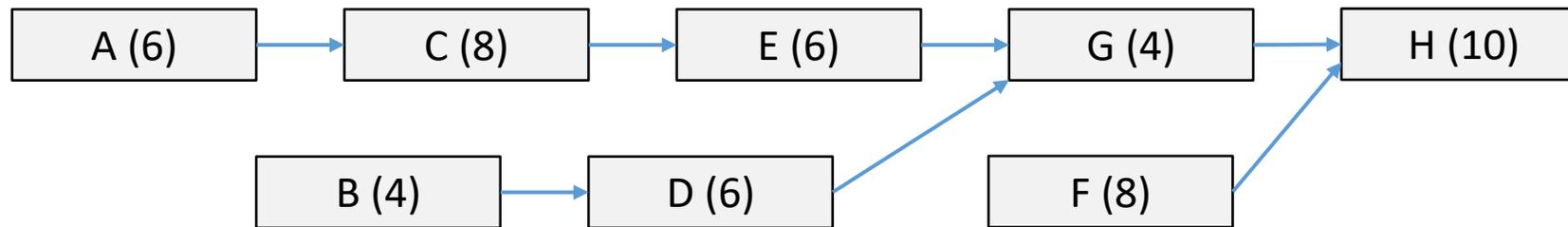
Проектный буфер



$$\sqrt{4^2 + 6^2 + 3^2} \approx 8$$

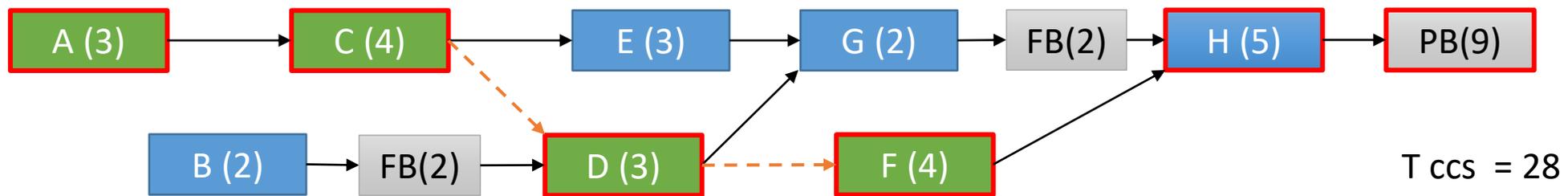
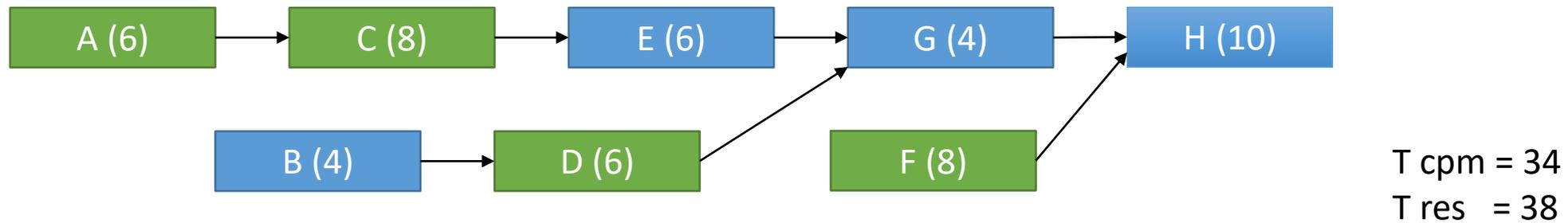
- Проектный буфер – это временной резерв, представленный в дополнительной работе, помещаемой в конце критической цепи (проекта), призванный защитить дату окончания проекта от случайных изменений продолжительностей работ критической цепи.

Пример (ресурсы не ограничены)



Критическая цепь: A-C-E-G-H

Пример (с ограниченными ресурсами)



Критическая цепь: A-C-D-F-H

CSS (Critical Chain Scheduling)

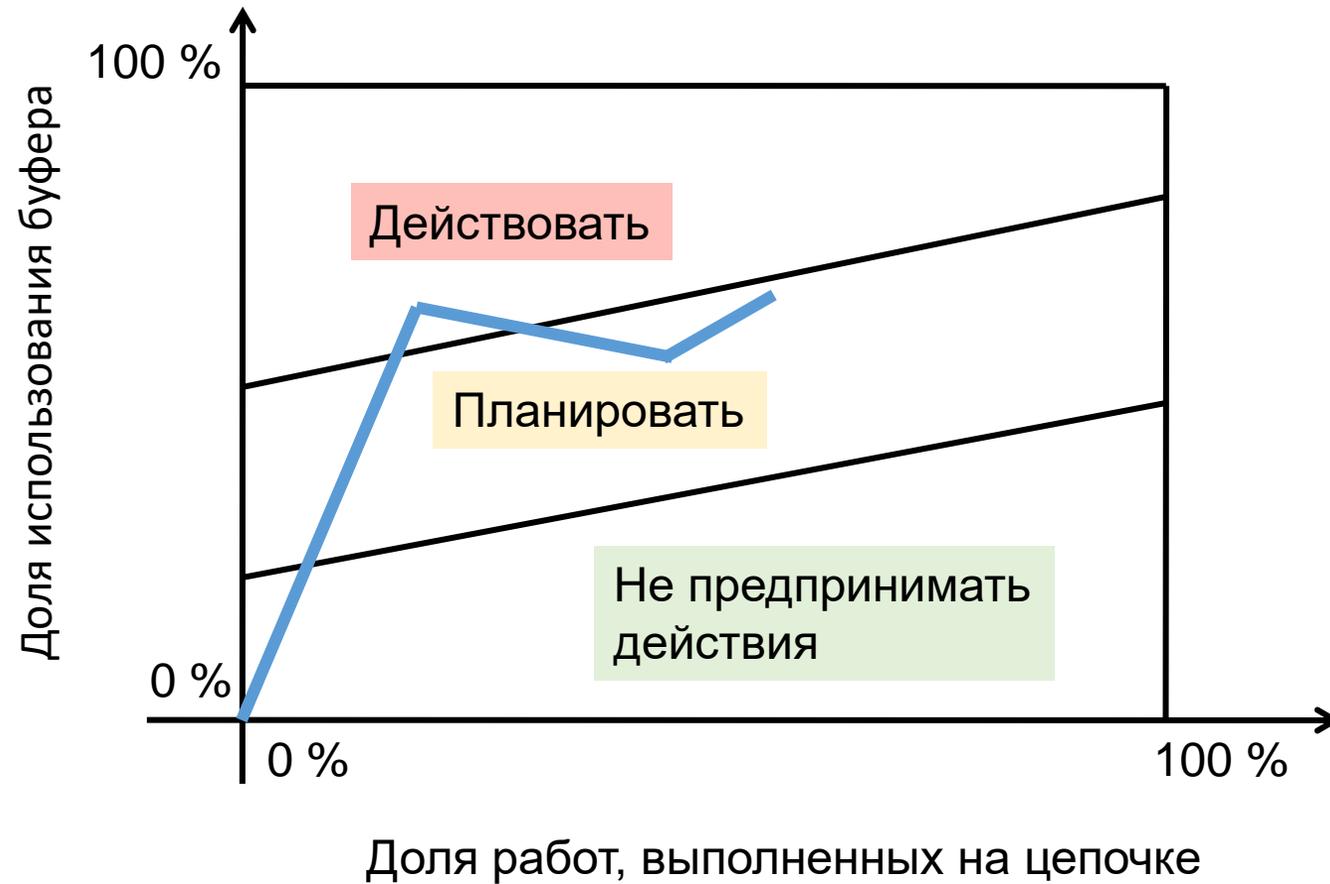
Алгоритм

1. Составить расписание в котором работы выполняются как можно позже
2. Для каждого ресурса: определить конфликты и устранить их последовательно, начиная с конца проекта или с самого серьезного конфликта
3. Определить критическую цепь
4. Добавить проектный и питающие буферы
5. Попытаться улучшить расписание проекта

Недостатки

1. Переоценка буферов
2. Требуется работы отдельной команды
3. Исключает использование контрольных событий проекта
4. Требуется высокой культуры проектного управления
5. Изматывает участников проекта

Управление буфером (Buffer Management)



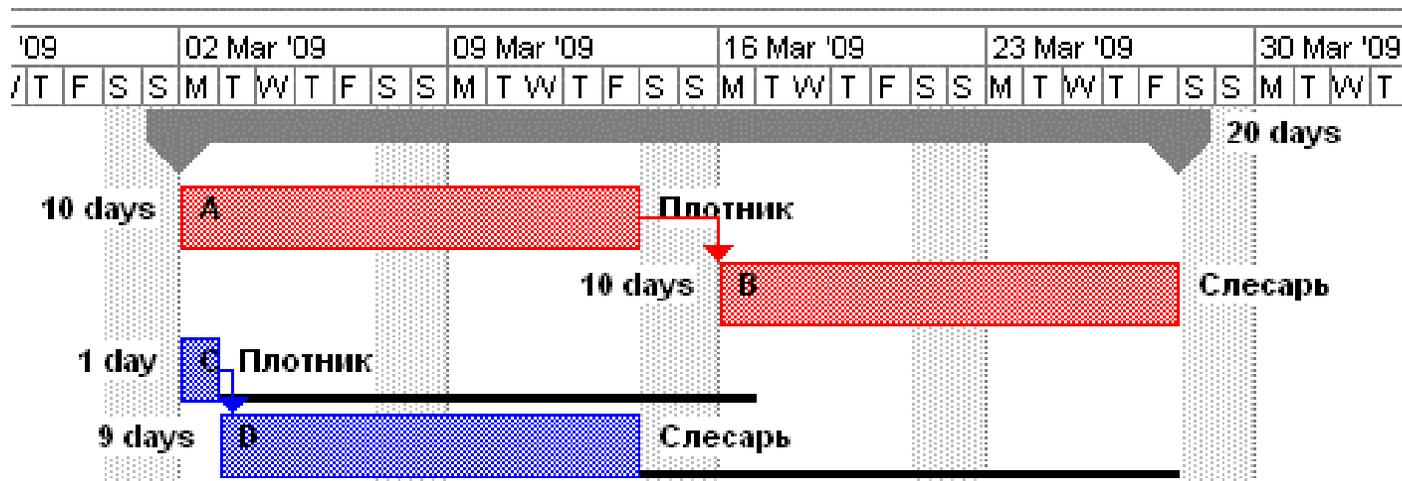
Контрольные вопросы

1. В чем заключаются основные принципы теории ограничений?
2. Что в управлении проектами является ограничением?
3. Как производится оценка продолжительности работ проекта?
4. Что такое проектный и питающий буферы?
5. Что такое критическая цепь?
6. Может ли в проекте быть две критической цепи?
7. Как осуществляется управление буфером?
8. В чем недостатки метода критической цепи?
9. В каких случаях стоит применять метод критической цепи?

7. Управление проектами с ограниченными ресурсами

Виды ограничений на ресурсы, основные оптимизационные задачи, точные и эвристические методы оптимизации, правила приоритета и схемы формирования расписаний

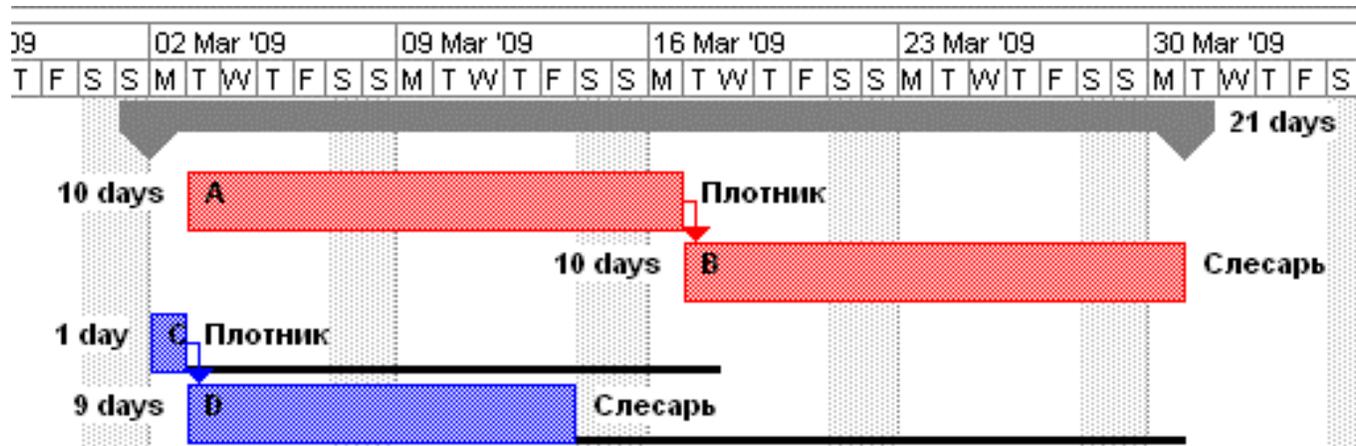
Пример. Проект с огранич. ресурсами



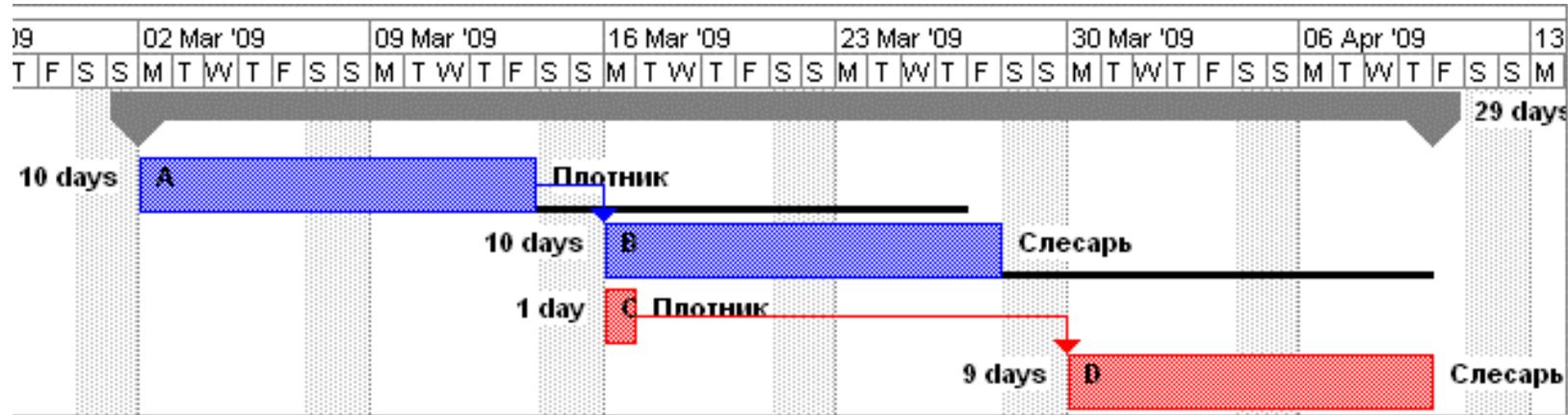
Расписание по СРМ

Оптимальное решение:

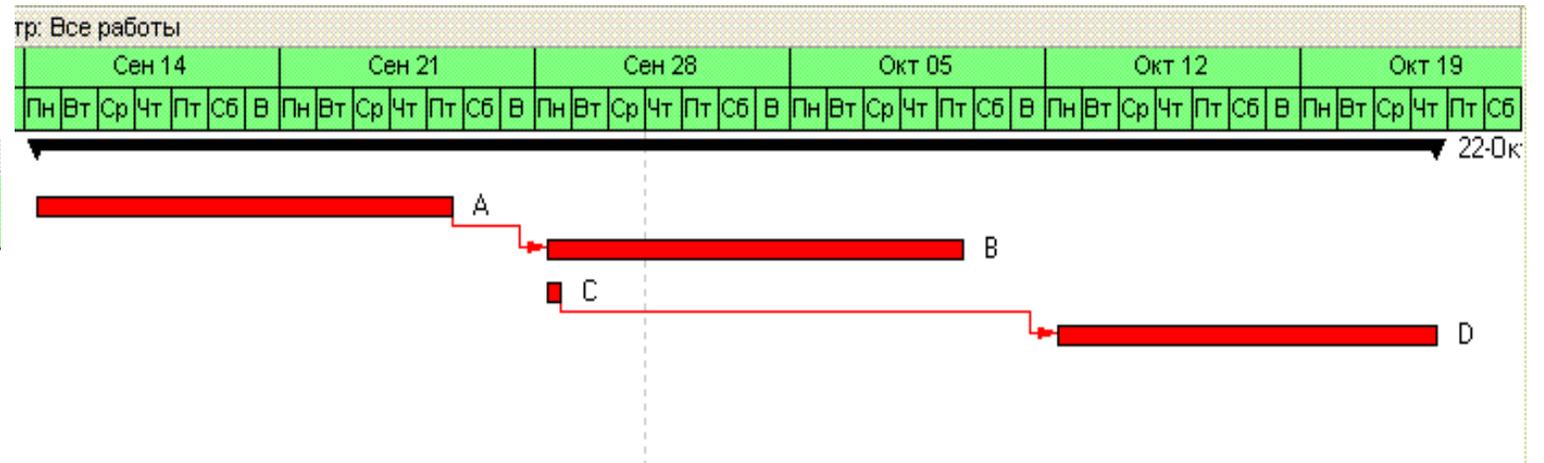
*Проект взят из презентации системы Spider Project



MSP и Primavera: выравнивание ресурсов



ID работы	Название работы	Исходн.	П. резерв	С. резерв
CSS				
A1000	A	10d	0d	0d
A1010	B	10d	0d	0d
A1020	C	1d	0d	9d
A1030	D	9d	-9d	0d



Цели управления проектами с ограниченными ресурсами

1. Минимизировать продолжительность проекта при ограничениях на ресурсы (RCPSP)
2. Минимизировать использование ресурсов при заданной продолжительности проекта (выравнивание ресурсов)
3. TRTP (Time Resource Tradeoff Problem)
4. Максимизировать NPV

Виды ресурсов

- Возобновляемый ресурс – это ресурс, количество использования которого ограничено в каждом дне выполнения проекта (пример: труд).
- Невозобновляемый ресурс – это ресурс, в использовании которого существует ограничение на весь период выполнения проекта (пример: деньги).
- Смешенные ресурсы (double constrained) – ресурсы, имеющие ограничения на весь период выполнения проекта и на каждый его день.

Методы оптимизации

- Точные методы
 - Целочисленное линейное программирование
 - Метод ветвей и границ
- Эвристические методы
 - Конструктивные
 - Улучшающие
- Метаэвристические методы

Конструктивные эвристические методы

1. Правило приоритета работ
2. Направление
 - Прямое
 - Обратное
 - Двухнаправленное
3. Схема формирования расписания
 - Последовательная
 - Параллельная

Схема формирования расписания

Последовательная

1. Выбрать очередную работу из списка приоритетов, начиная с самой первой.
2. Определить для этой работы самое раннее из возможных начал с учетом отношений предшествований.
3. Задержать выполнение этой работы, если возникают ресурсные конфликты.
4. Перейти к шагу 1.

Параллельная

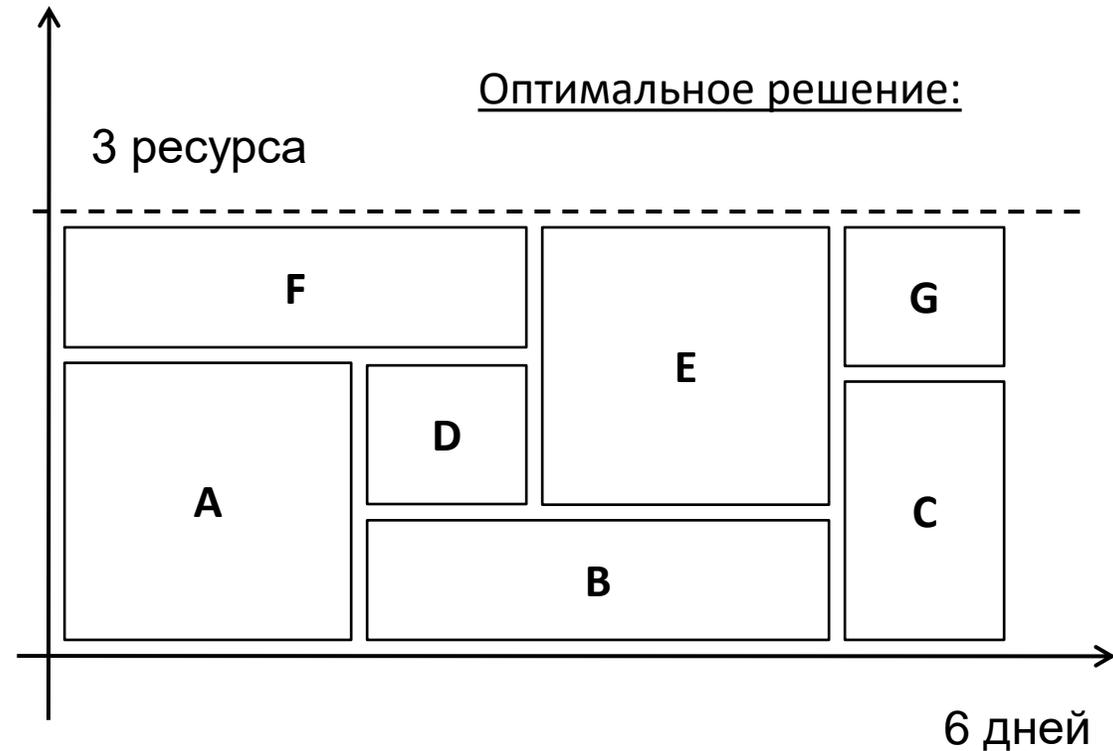
1. Рассматриваем первое событие – начало проекта.
2. Выделяем работы, которые потенциально могут выполняться при наступлении данного события (допускают отношения предшествования).
3. В соответствии со списком приоритетов для каждой выбранной работы, пока есть свободные ресурсы, пытаемся её начать в данном событии. Если ресурсов недостаточно, то переходим к следующей работе.
4. Определяем следующее событие, путем выбора ближайшей даты окончания из тех работ, для которых были определены даты начала.
5. Переходим к шагу 2.

Пример проекта. Доступно 3 ресурса.



Обозначения:

Работа(продолжительность), ресурсы



Категория	Правила	Краткое описание (приоритет)	Прямой список приоритетов
I. Свойства работ	<ul style="list-style-type: none"> • SPT • LPT • RND 	<p>Минимальная длительность работ</p> <p>Максимальная длительность работ</p> <p>Случайный порядок</p>	<p><D,A,E,B,C,F,G></p> <p><F,A,B,C,D,E,G></p> <p><любой></p>
II. Сетевая модель	<ul style="list-style-type: none"> • MIS • MTS • LNRJ • GRPW 	<p>Наибольшее число прямых последователей</p> <p>Наибольшее число полных последователей</p> <p>Наименьшее число несвязанных работ</p> <p>Сумма длин работы и её последователей</p>	<p><A,B,D,F,C,E,G></p> <p><A,B,D,F,C,E,G></p> <p><A,B,C,D,E,F,G></p> <p><A,B,F,D,E,C,G></p>
III. Метод критического пути	<ul style="list-style-type: none"> • EST • EFT • LST • LFT • SLK • RSM 	<p>Наименьшее раннее начало работы</p> <p>Наименьшее раннее окончание работы</p> <p>Наименьшее позднее начало работы</p> <p>Наименьшее позднее окончание работы</p> <p>Наименьший полный резерв работы</p> <p>Метод выравнивания ресурсов</p>	<p><A,D,F,E,B,G,C></p> <p><D,A,E,F,G,B,C></p> <p><A,B,F,D,E,C,G></p> <p><A,D,B,F,C,E,G></p> <p><A,B,C,F,G,D,E></p>
IV. Ресурсы	<ul style="list-style-type: none"> • GRD • GCUMRD • RED • CUMRED 	<p>Наибольшее использование ресурсов</p> <p>Наибольшее накопленное использ.ресурсов</p> <p>Ресурсный эквивалент продолжительности</p> <p>Накопленный RED</p>	<p><A,B,F,C,D,E,G></p> <p><A,B,D,E,F,C,G></p> <p><A,B,F,C,D,E,G></p>
V. Гибридные правила	<ul style="list-style-type: none"> • WRUP • IRSM • WCS 	<p>Средневзвешенное использование ресурсов</p> <p>Улучшенный RSM</p> <p>Самый большой резерв</p>	

Базы данных проектов

- Patterson sets

- J.H. Patterson, A comparison of exact approaches for solving the multiple constrained resource project scheduling problem, Research Report, Department of Industrial and Manufacturing Systems Engineering, Lehigh University, 1984.
- 110 проектов с однорежимными работами (около 51 работ в каждом проекте)

- PSPLIB (<http://www.om-db.wi.tum.de/psplib/main.html>)

- Kolisch, R. and A. Sprecher (1996): PSPLIB - A project scheduling library, European Journal of Operational Research, Vol. 96, pp. 205-216.
- Однорежимные и многорежимные работы
- Генератор ProGen проектов с заданными характеристиками

Параметры проектов

- NC (network complexity) – отношение количества связей между работами проектов к количеству работ (включая веху старта и финиша проекта) в диаграмме PDM
- RF (resource factor) – среднее количество ресурсов, назначенных на одну работу
- RS_k (resource strength) – отношение разницы доступного количества ресурса в проекте и K_{min} к (K_{max} - K_{min}). K_{min} – максимальная из всех работ потребность в k-ресурсе (в режиме, требующем минимум ресурсов). K_{max} – пиковая потребность в k-ресурсе при выполнении работ проекта в ранние сроки по CPM.

Однорежимный случай (SM)

NC	1.5	1.8	2.1	----
RF	0.25	0.5	0.75	1.0
RS	0.2	0.5	0.7	1.0

Множество проектов (J30, J60, J90, J120):

- Количество комбинаций параметров: $3 \times 4 \times 4 = 48$
- Количество разных проектов для каждого набора параметров: 10
- Всего проектов: 480

Результаты исследований:

- При увеличении NC после 1.5, сложность проблем снижается
- Увеличение RF ведет к усложнению проблемы
- Увеличение RS ведет к сокращению сложности проблемы



Проекты без ресурсных конфликтов по ранним срокам (120 проектов)

Эффективность правил приоритета

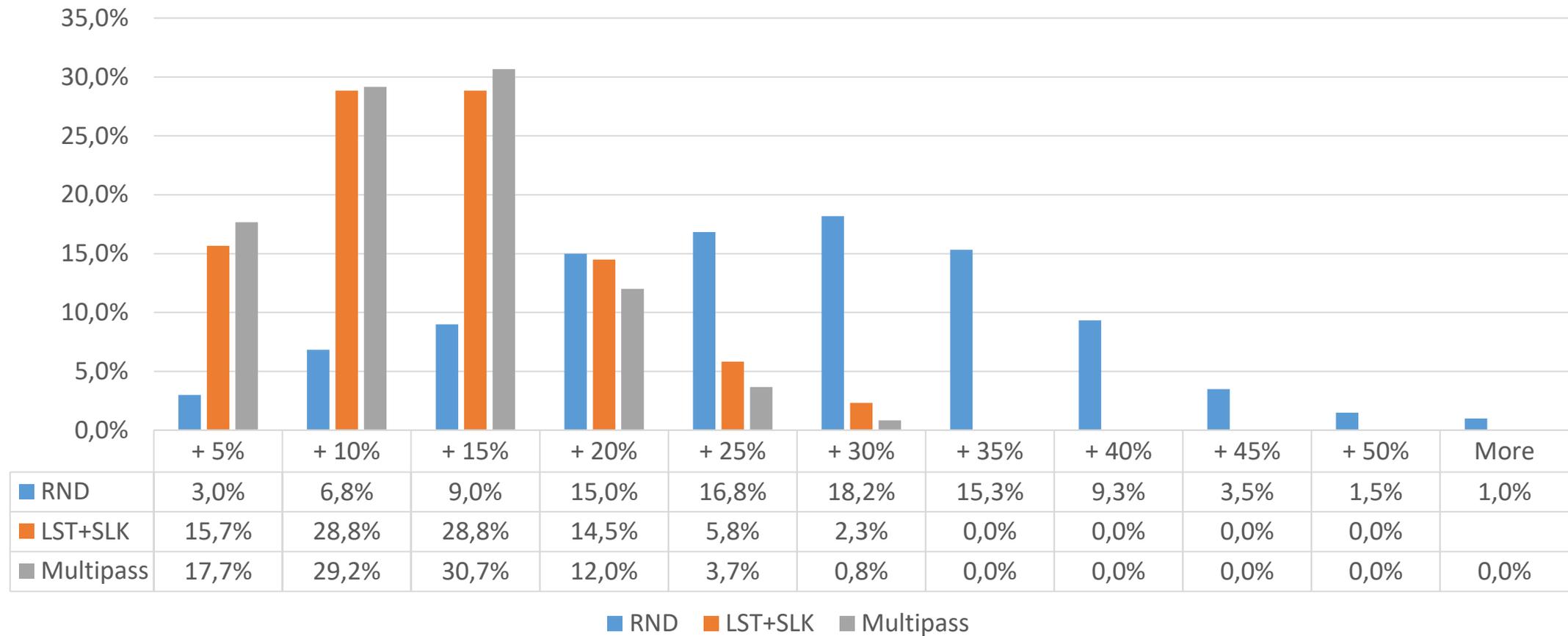
Method	Best sol.	New sol.	Mean	St.dev.
RND	2,2%	0,7%	24,3%	10,5%
LPT	1,7%	0,5%	24,4%	10,4%
SPT	2,3%	1,0%	23,1%	9,7%
SLK	16,2%	4,7%	17,0%	9,6%
MTS	37,5%	24,7%	12,2%	6,2%
LST+SLK	67,2%	49,0%	10,6%	6,3%
Multipass	100,0%	0,0%	9,6%	5,7%

Данные получены для множества **SM J120 PSPLIB**.

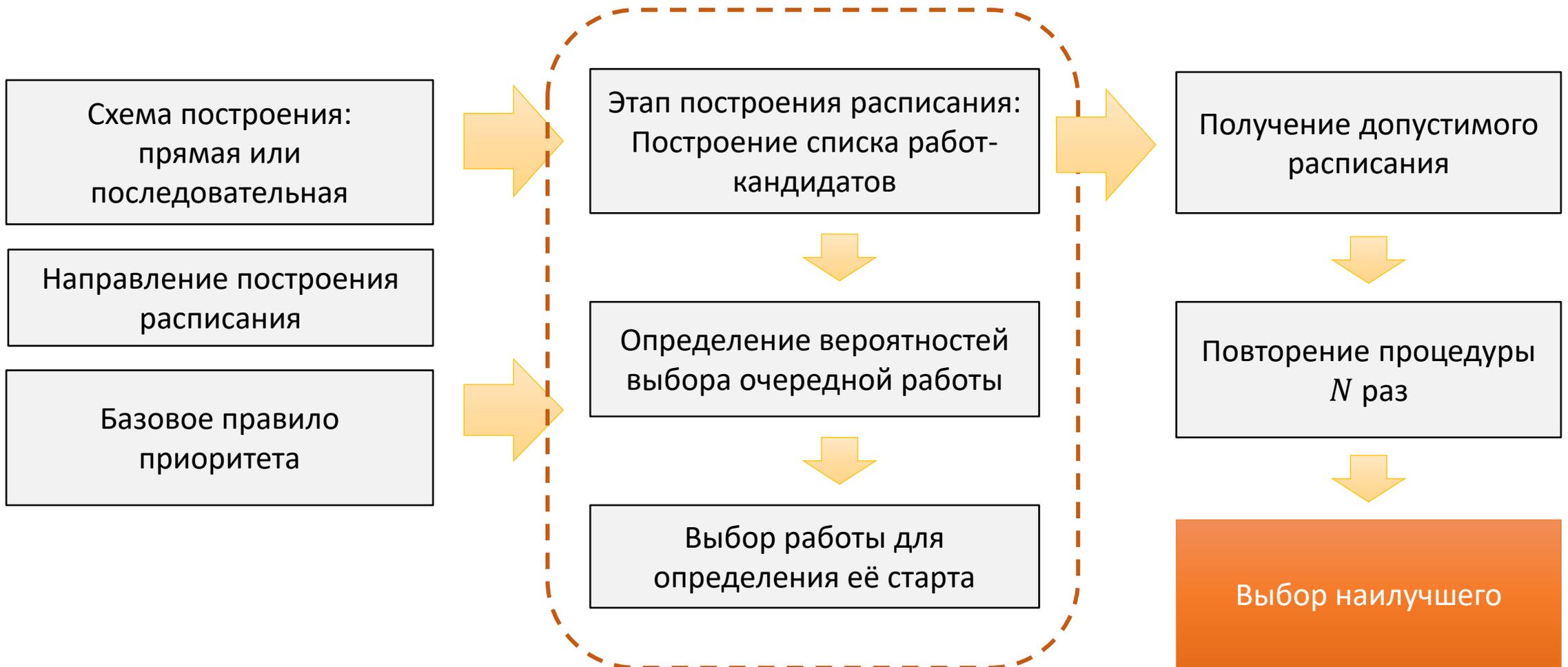
Для всех методов использовались прямые параллельные схемы построения расписания.

Method	Exact.	+ 5%	+ 10%	+ 15%	+ 20%	+ 25%	+ 30%	+ 35%	+ 40%	+ 45%	+ 50%	More
RND	0,5%	3,0%	6,8%	9,0%	15,0%	16,8%	18,2%	15,3%	9,3%	3,5%	1,5%	1,0%
SPT	0,5%	2,5%	7,8%	8,8%	15,3%	19,5%	22,8%	13,2%	5,3%	2,7%	0,7%	0,8%
LPT	0,7%	2,3%	6,7%	8,8%	13,0%	19,3%	19,0%	15,5%	8,7%	3,0%	2,2%	0,8%
SLK	3,0%	11,7%	11,5%	13,7%	21,8%	16,7%	11,8%	6,2%	3,2%	0,3%	0,2%	0,0%
MTS	2,2%	12,0%	19,2%	35,8%	20,7%	6,7%	3,2%	0,3%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
LST+SLK	4,0%	15,7%	28,8%	28,8%	14,5%	5,8%	2,3%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Multipass	6,0%	17,7%	29,2%	30,7%	12,0%	3,7%	0,8%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

Отклонения от оптимального решения

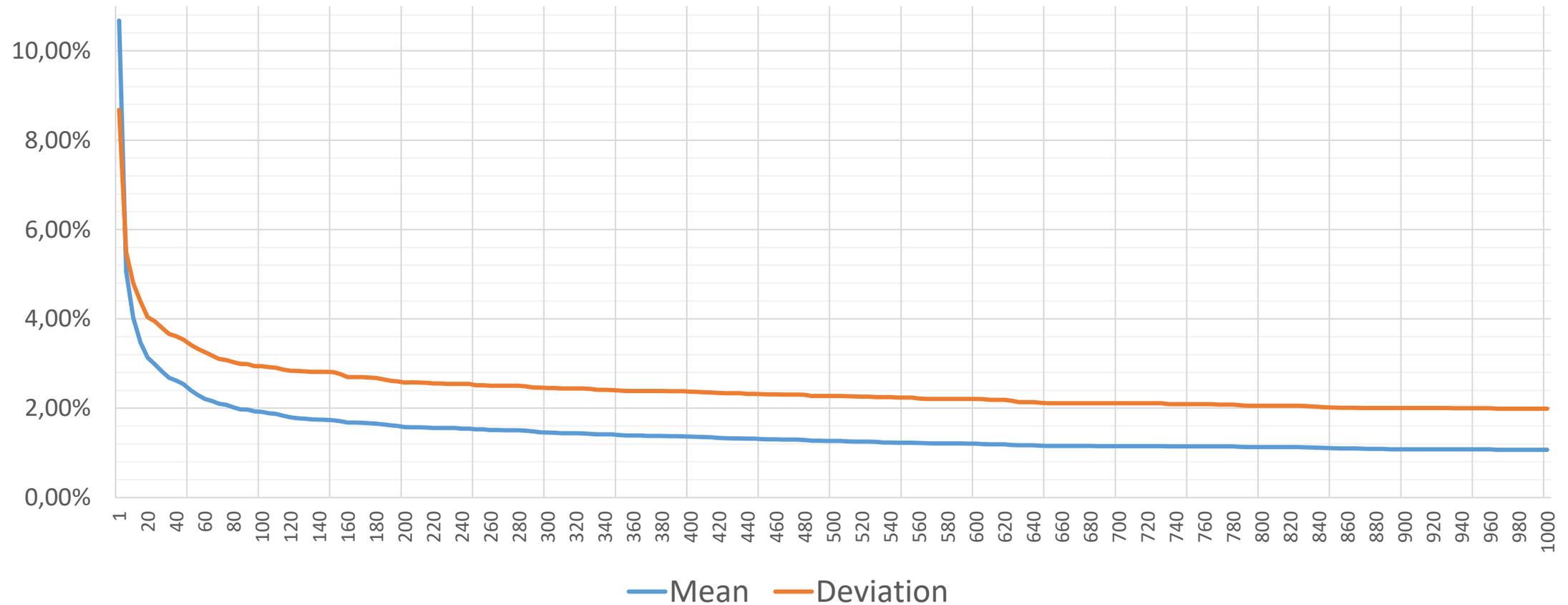


Сэмплирование (sampling)



Большое количество итераций

J30: RBRS, Serial-SGS, FW, LST

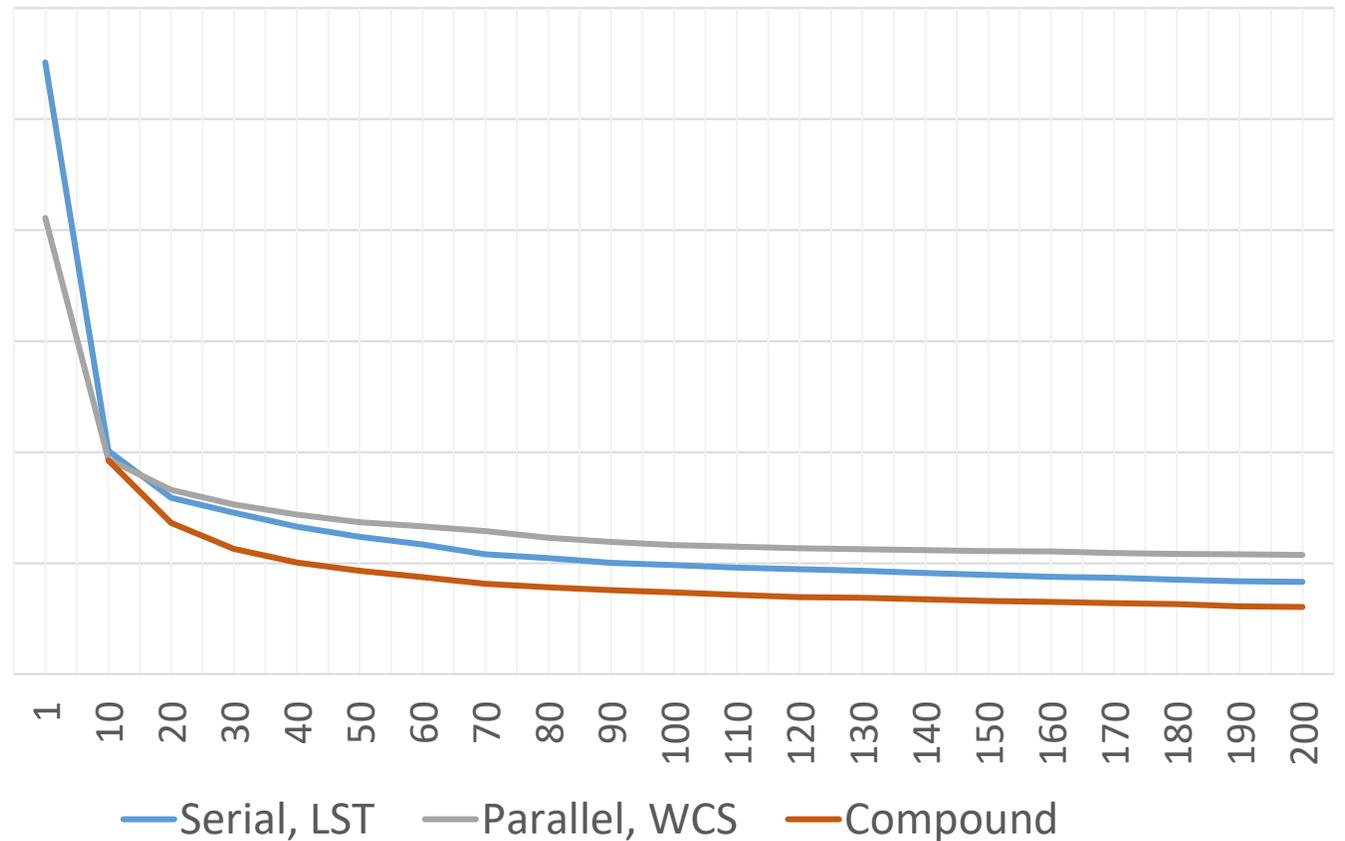


Сэмплирование составного правила

Последовательность применения схем формирования расписаний: 12,00%

- 1. FW, Parallel, LFT 10,00%
- 2. FW, Serial, LFT 8,00%
- 3. BW, Parallel, SLK 6,00%
- 4. FW, Parallel, MTS 4,00%
- 5. FW, Parallel, SLK 3,00%
- 6. FW, Serial, LFT 2,00%
- 7. FW, Parallel, LST 2,00%
- 8. BW, Parallel, SLK 1,00%
- 9. FW, Parallel, MTS 1,00%
- 10. FW, Parallel, LST 1,00%

J30: RBRS, FW



Улучшающие эвристические методы

Получение допустимого решения



Поиск соседних решений



Построение серии решений
(метаэвристические методы)

Операторы поиска соседних решений

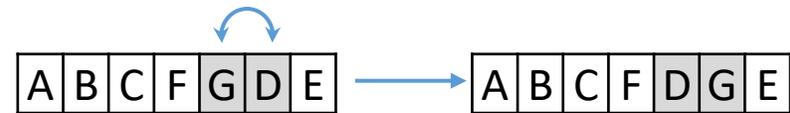
Унарные операторы:

- парная замена
- сдвиг

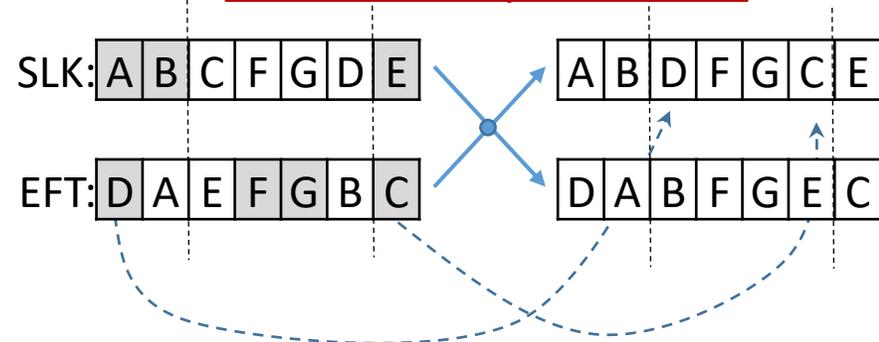
Бинарные операторы:

- 1-точечное скрещивание
- 2-точечное скрещивание
- универсальное скрещивание

Парная замена:



2-точечное скрещивание:



Получение серии решений

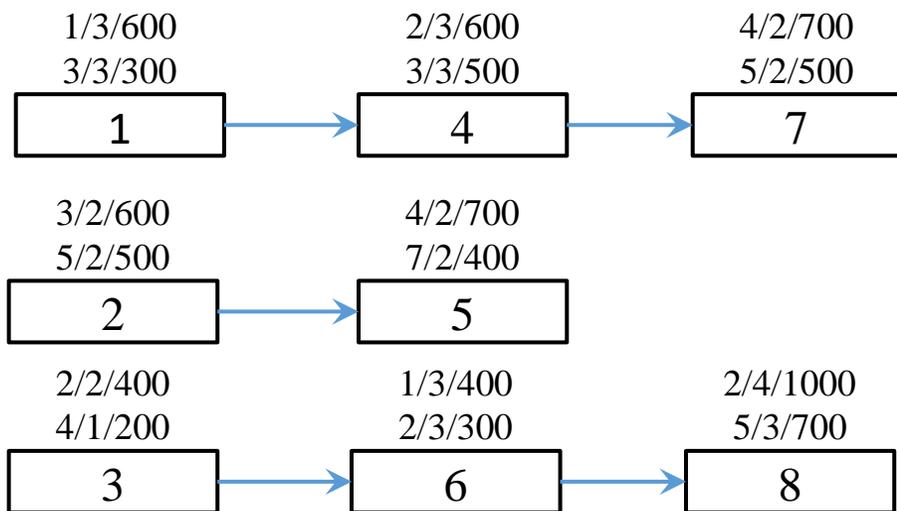
- Крутой спуск (steepest descent) – из всех соседних решений выбрать самое лучшее
- Самый быстрый спуск (fastest descent) – поиск более подходящего решения среди соседей до первого найденного
- Метод итераций – время от времени начинать процесс крутого и наискорейшего спуска заново с некоторого случайно полученного конструктивным эвристическим методом решения

Метаэвристические методы

- Поиск с запретами (tabu search)
- Имитация закаливания (simulated annealing)
- Муравьиные алгоритмы (ant colony optimization)
- Генетический алгоритм (genetic algorithm)

начинается с популяции из n решений. Для получения нового решения используем бинарный оператор для 2-х старых решений и вносим мутацию (унарный оператор, применяемый с низкой вероятностью)

Проект и его лучшие решения



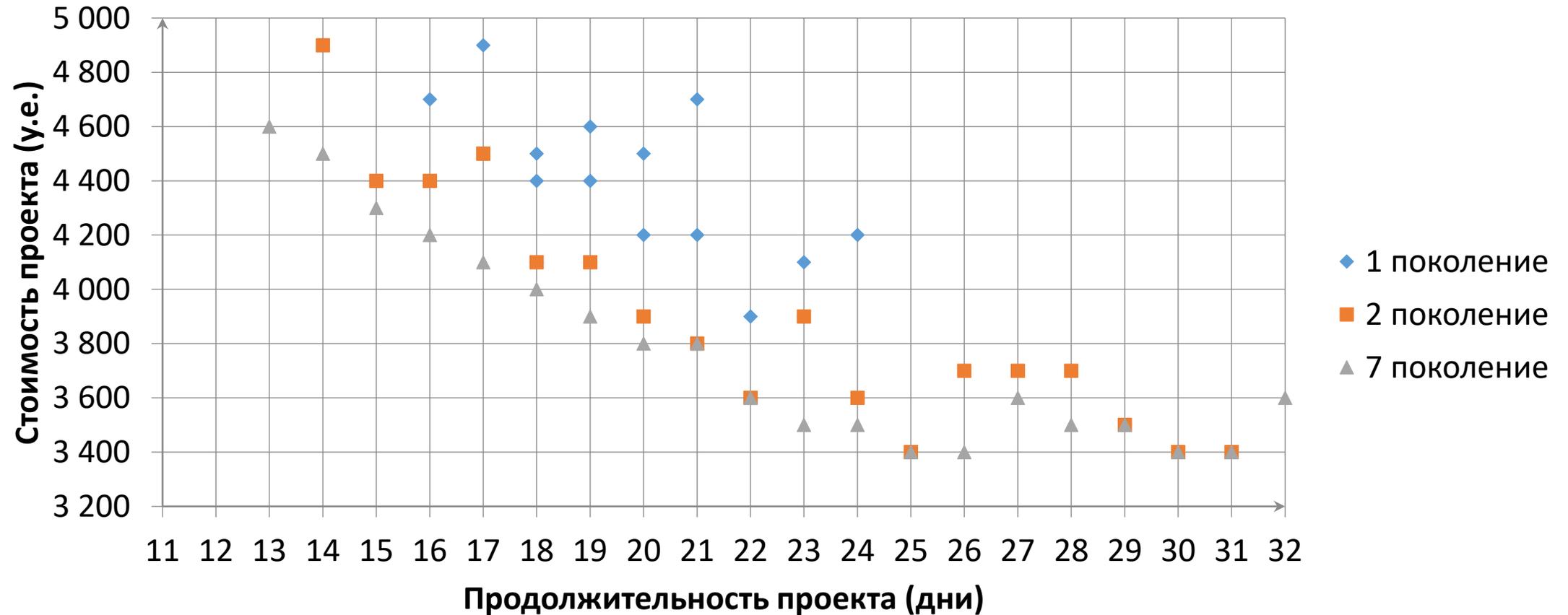
1 режим: продолжительность/ресурсы/стоимость
2 режим: продолжительность/ресурсы/стоимость

Каждый день доступно 4 рес.

Трехсторонний компромисс:
продолжительность, ресурсы, стоимость.

Приоритеты работ	Режимы выполнения работ								Т	С	Использ. ресурсов
	1	2	3	4	5	6	7	8			
<3,1,4,2,5,6,8,7>	1	1	2	1	1	1	2	1	13	4 600	92 %
<1,4,3,2,5,7,6,8>	1	1	2	1	1	2	2	1	14	4 500	91 %
<3,1,4,2,5,6,8,7>	2	1	2	1	1	1	2	1	15	4 300	90 %
<3,1,4,2,5,6,7,8>	2	1	2	2	1	1	2	1	16	4 200	89 %
<1,4,2,3,5,6,7,8>	2	1	2	2	1	2	2	1	17	4 100	88 %
<1,3,4,2,6,5,8,7>	2	1	2	1	2	1	2	1	18	4 000	83 %
<1,4,2,3,7,5,6,8>	2	1	2	1	1	2	2	2	19	3 900	82 %
<3,1,4,6,2,5,7,8>	2	1	2	2	2	2	2	1	20	3 800	82 %

Пример применения ГА



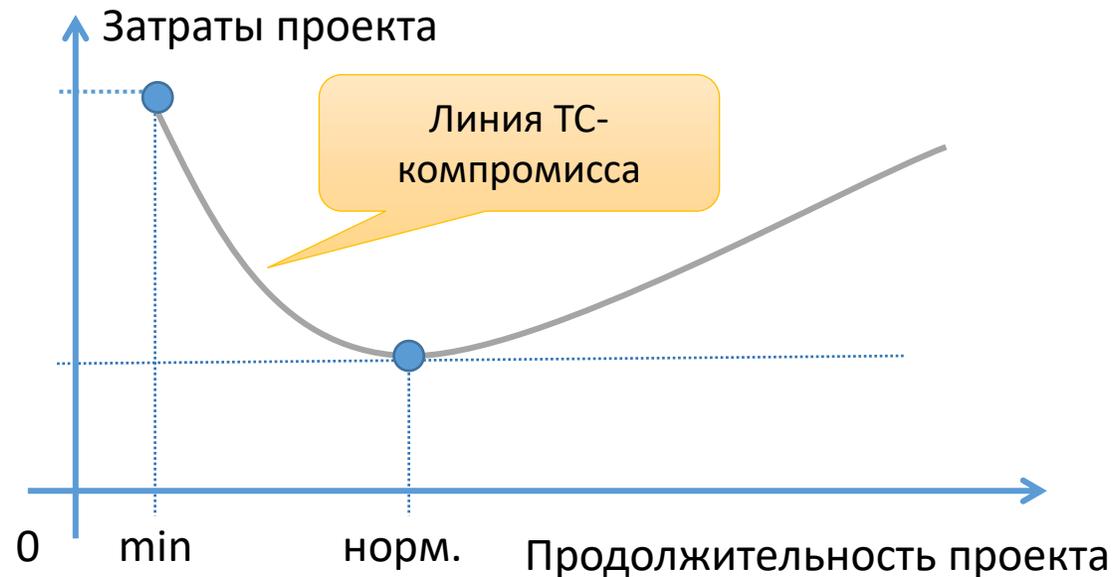
Контрольные вопросы

1. Какие цели управления проектами с ограниченными ресурсами встречаются на практике?
2. Какие виды ресурсов обычно выделяют?
3. Какую роль играет критический путь в задачах оптимизации проекта с ограниченными ресурсами?
4. Назовите методы, приводящие к оптимальному расписанию проекта. В каких случаях их можно применять на практике?
5. В чем различие последовательной и параллельной схем формирования расписания с ограниченными ресурсами?
6. Существует ли наилучшее правило приоритетов? Какие правила стоит использовать на практике?
7. Для чего используют метаэвристические методы?
8. Какие есть средства MSP и Primavera для формирования расписания проекта с ограниченными ресурсами?

8. Одновременная оптимизация проекта по времени и стоимости (ТСТР)

Зависимость стоимость проекта от его продолжительности, типы зависимостей стоимости работ от продолжительности, CPM-COST, метод Гояла

Проблема поиска ТС-компромисса (ТСТР)

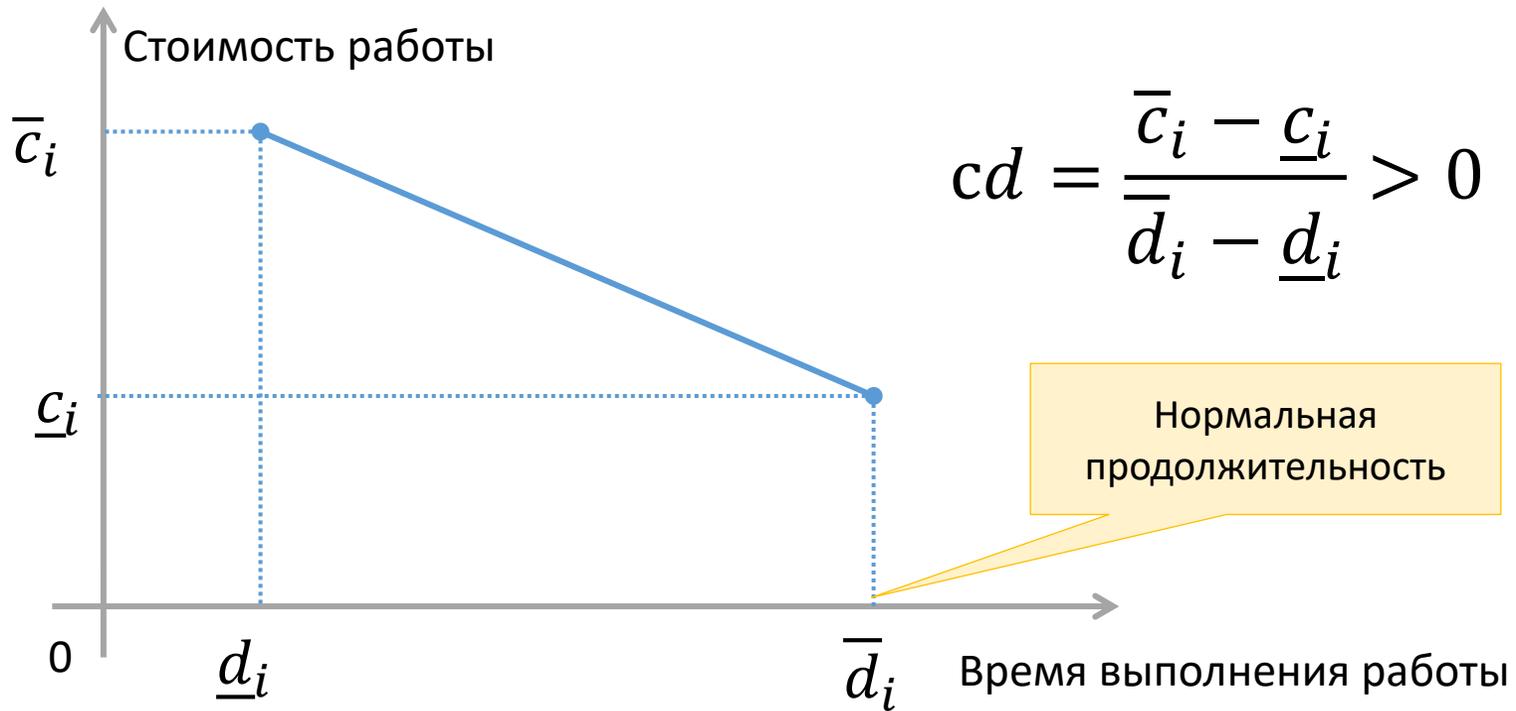


Модель ТСТР предполагает наличие разных режимов выполнения работ проекта, которых может быть бесконечное или конечное число. В последнем случае проблема называется DTСТР.

Основные задачи:

1. Нахождение такого расписания проекта с заданной продолжительностью (навязанное окончание), которое позволит минимизировать стоимость его исполнения.
2. Нахождение такого расписания проекта с заданным бюджетным ограничением, которое позволит минимизировать продолжительность его выполнения.
3. Минимизация затрат проекта в случае, когда есть дата навязанного финиша проекта и определены штрафы и премии за задержку и досрочное выполнение проекта соответственно.

Линейная зависимость стоимости работы от её продолжительности



$$cd = \frac{\bar{c}_i - \underline{c}_i}{\bar{d}_i - \underline{d}_i} > 0$$

Удельные затраты
(градиент издержек)

Эвристический метод CPM-COST

Основная идея:

- Применение дополнительных средств и ресурсов к работам критического пути сократит продолжительность всего проекта

Основная цель:

- Ускорить время реализации проекта с минимальными затратами

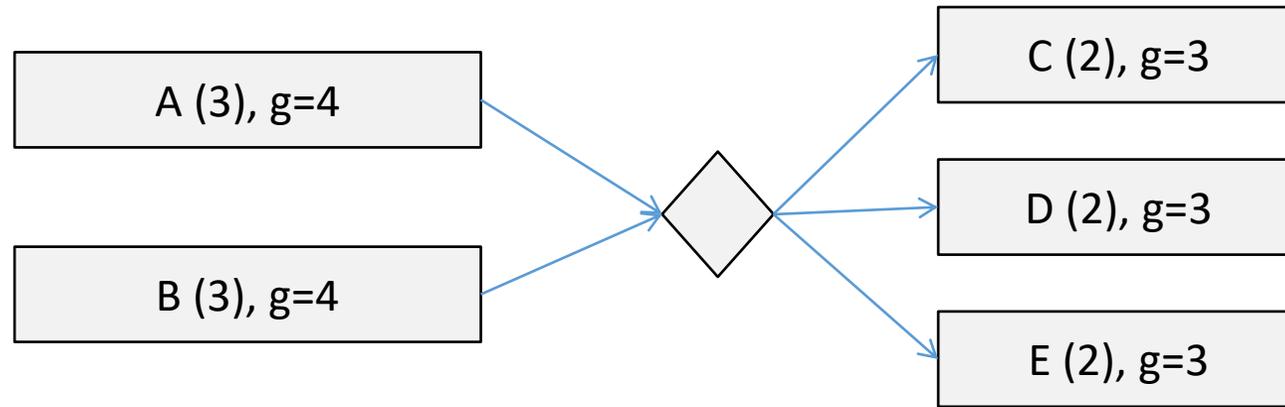
Основная проблема:

- Увеличение количества критических работ

Алгоритм:

- 1) Определим критический путь в случае, когда все работы имеют нормальную продолжительность выполнения.
- 2) Если продолжительность проекта получилась меньше или равной дате навязанного окончания, то мы нашли искомое расписание. В противном случае переходим к следующему шагу.
- 3) Рассчитаем удельные затраты в единицу времени для каждой работы критического пути, продолжительность которой потенциально можно сократить.
- 4) Сократим продолжительность работы с минимальными удельными затратами до тех пор, пока это возможно или пока в сети не появится новый критический путь.
- 5) В случае появления 2-х и более критических путей необходимо рассчитать удельные затраты для новых критических работ и продолжить сокращение до тех пор, пока продолжительность всех путей не станет меньше или равной навязанному окончанию проекта.

Пример неоптимальной работы CPM-COST

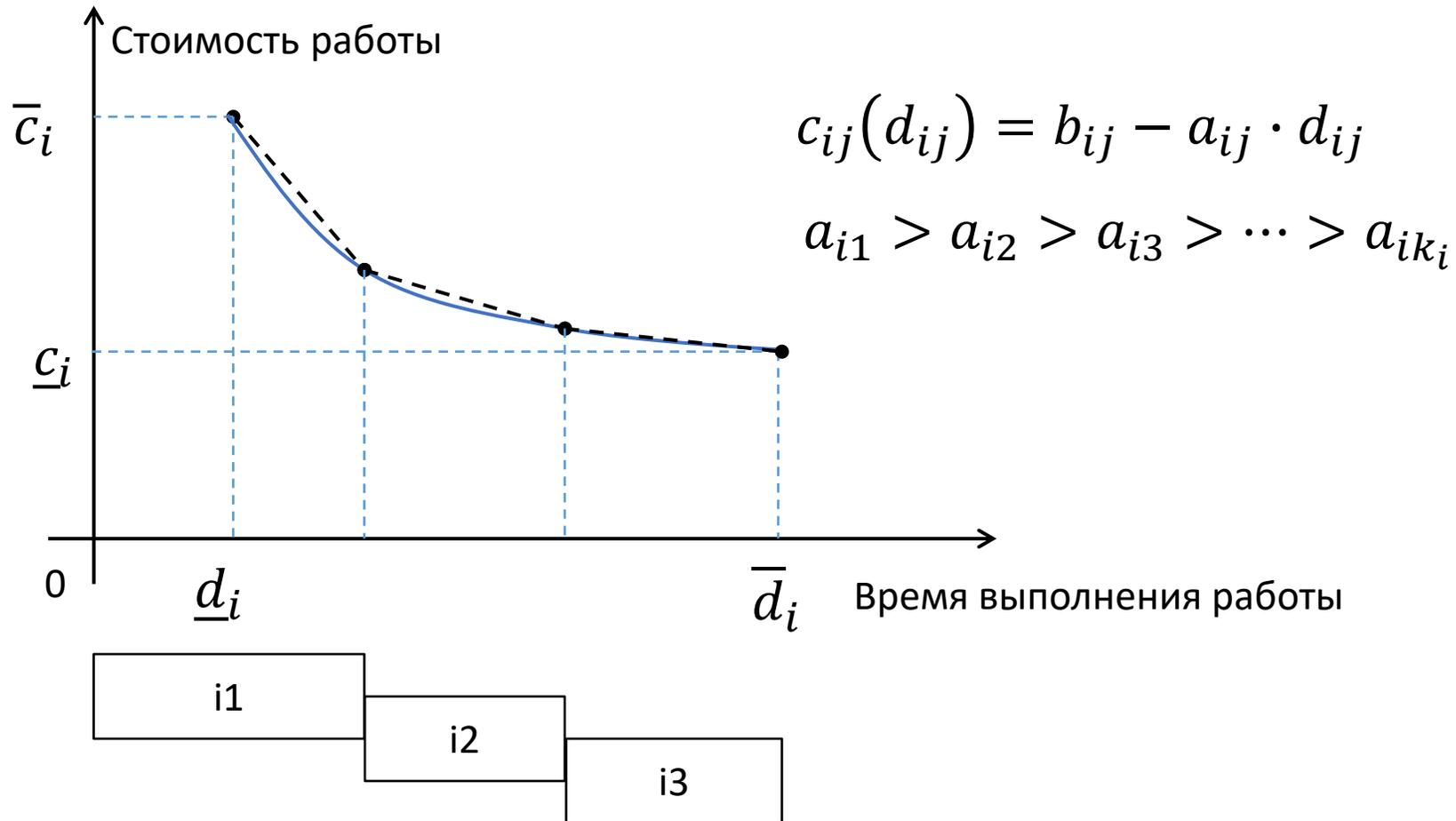


- CPM-COST требует сокращать продолжительность работ с наименьшими удельными затратами, т.е. C, D, E. Это будет стоить $3 \times 3 = 9$
- Оптимальным решением будет сократить продолжительность работ A и B. Это будет стоить $4 \times 2 = 8 < 9$
- Для повышения качества работы CPM-COST стоит использовать отношение градиента издержек к количеству путей, проходящих через работу и требующих сокращения

Усовершенствованный метод (Goyal, 1996)

1. Определение всех полных путей, которые нужно сократить (длина которых более требуемой продолжительности проекта)
2. Определение удельных затрат для всех работ (которые входят хотя бы в один путь, найденный выше)
3. Принятие решения о сокращении той работы, у которой наименьшее соотношение удельных затрат и количества путей выбранных для сокращения, в которой присутствует эта работа
4. Увеличение продолжительности тех работ, более раннее сокращение которых привело к чрезмерному сокращению выбранных путей
5. Повторять с шага 3 до тех пор, пока не сократятся все выбранные пути. Отношение удельных затрат к количеству путей из шага 3 необходимо пересчитывать, когда сокращается общее количество путей к сокращению в результате работы алгоритма.

Выпуклые вниз функции



Контрольные вопросы

- В какой ситуации возможно снижение стоимости проекта при увеличении его продолжительности?
- По какой причине при значительном увеличении сроков выполнения проекта его стоимость возрастает?
- Опишите характер зависимости стоимости работы от её продолжительности
- Какие работы следует сокращать в первую очередь при необходимости сократить продолжительность проекта?
- Что такое градиент издержек?
- Какими недостатками обладает метод CPM-COST и Гояла?
- В чем концептуальное отличие метода CPM-COST от метода Гояла?

Спасибо за внимание!

Ваши соображения/пожелания относительно структуры и качества курса приветствуются, их можно направить по адресу: itsarkov@hse.ru